

**UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA**

**Faculdade de Ciências e Tecnologia**

**Departamento de Engenharia Civil**

*Aplicação do teorema cinemático da análise limite ao cálculo da estabilidade de túneis escavados em solos em condições não drenadas*

António Pedro Henriques Belo Salgueiro

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em Estruturas e Geotecnia

Orientador:

Professor Doutor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão

Monte da Caparica

2010



## Resumo

Este trabalho dedica-se ao estudo das cargas conducentes ao colapso de túneis circulares, em condições não drenadas e recorrendo ao teorema cinemático da análise limite associado ao método dos elementos finitos.

Foram estudadas duas situações geométricas, uma que considera a existência de apenas um túnel e outra que considera a existência de dois túneis em paralelo.

Com a finalidade de avaliar o comportamento dos túneis nas situações referidas, foi feito um estudo de influência dos parâmetros geométricos (recobrimento, diâmetro e, no caso dos túneis duplos, do afastamento entre eles) e dos parâmetros de carregamento (peso volúmico do solo e carga uniformemente distribuída à superfície).

A resistência do solo foi modelada recorrendo ao critério de Tresca. Assumiu-se que o valor da resistência ao corte não drenada do solo varia linearmente com a profundidade.

Posteriormente, os resultados obtidos no presente estudo foram comparados com resultados obtidos por outros autores.

Palavras Chave: Túnel, análise limite, teorema cinemático, método dos elementos finitos, não drenado, estabilidade.



## Abstract

This work is centred on the study of forces that lead to the collapse of circular tunnels in undrained conditions and supported on the Cinematic Theory of the Limit Analysis associated to the Finite Elements Method.

Two geometric situations were studied. One considers the existence of just one tunnel and the other considers the existence of two parallel tunnels.

With the purpose of evaluating the behavior of the tunnels in the given situations, a study of the influence of the geometric parameters was conducted (soil cover, diameter, and in case of twin tunnels, the distance between them) as well as a study of the influence of the charging parameters (weight of the soil volume and the uniformly distributed charges at the surface).

The Tresca criterion was used to model the soil resistance. In this way, it was assumed that the value of undrained soil resistance varies linearly with depth.

Subsequently the results obtained within the present study were compared with those obtained by other authors.

Key words: Tunnel, limit analysis, upper bound, finite elements method, undrained, stability.



## Agradecimentos

Quero deixar aqui expressos os meus mais respeitosos agradecimentos ao Senhor Professor Doutor Armando Manuel Sequeira Nunes Antão pela sua paciência e permanente disponibilidade para me apoiar na elaboração deste trabalho.

Quero também deixar aqui expressos os meus agradecimentos ao projecto PTDC/ECM/70368/2006 da FCT/MCTES por possibilitar a realização de grande parte dos cálculos efectuados neste trabalho.

Agradeço aos meus familiares os apoios que sempre me deram.

Aos meus amigos, pelos incentivos.





## Lista de símbolos

$B$  – Operador diferencial de compatibilidade entre o vector de deslocamentos e o tensor das deformações.

$b$  – Força de massa.

$C$  – Altura de recobrimento do túnel.

$c^*$  – Resistência ao corte drenada do solo.

$c_u$  – Resistência ao corte não drenada do solo.

$c_{u,0}$  – Resistência ao corte não drenada do solo à superfície.

$D$  – Diâmetro do túnel.

$\mathcal{D}$  – Energia dissipada por unidade de volume.

$L$  – Distância entre eixos de túneis.

$\mathcal{L}$  – Operador de Lagrangiano.

$N$  – Número de estabilidade.

$P$  – Distância entre a frente de escavação e suporte rígido do túnel.

$r$  – Coeficiente de penalidade.

$S$  – Comprimento representativo dos elementos de malha.

$t$  – Forças de fronteira.

$u^*$  – Campo de deslocamentos virtuais.

$W_{\mathcal{D}}$  – Trabalho das tensões internas.

$W_e$  – Trabalho das tensões externas.

$\gamma$  – Peso volúmico do solo.

$\varepsilon$  – Campo deslocamentos.

$\lambda$  – Intervalo de pesquisa.

$\mu$  – Multiplicador de Lagrange.

$\rho$  – Taxa de variação da resistência ao corte não drenada do solo com a profundidade.

$\sigma_s$  – Carga uniformemente distribuída normal à superficial.

$\sigma_t$  – Carga uniformemente distribuída normal à superfície do interior do túnel.

$\tau$  – Tensão de corte tangencial.

$\phi^*$  – Ângulo de atrito interno do solo.

$\Omega$  – Domínio de integração.

$\Gamma$  – Fronteira estática.



## Índice

1. Introdução .....	1
2. Conceitos teóricos .....	3
2.1. Modelação da resistência ao corte do solo .....	3
2.1.1. Condições drenadas .....	3
2.1.2. Condições não drenadas .....	4
2.2. Análise limite .....	5
2.2.1. Teorema cinemático ou da região superior .....	5
2.2.2. Teorema estático ou da região inferior .....	6
2.3. A utilização do método dos elementos finitos na implementação do teorema cinemático ..	6
3. Definição do problema .....	9
3.1. Geometria .....	10
3.2. Condições de carregamento .....	11
3.3. Características mecânicas do solo .....	12
4. Formas de colapso .....	13
5. Metodologia de cálculo .....	15
5.1. Geometria do problema .....	15
5.2. Carregamento e características do material .....	16
5.3. Obtenção dos resultados .....	17
5.4. Validação das soluções obtidas .....	18
6. Estudos iniciais .....	21
6.1.1. Refinamento de malha .....	21
6.1.2. Melhoramento de malha .....	23
7. Apresentação de resultados existentes .....	27
7.1. Situação de túnel único .....	27
7.2. Situação de túnel duplo .....	34
8. Apresentação e análise dos resultados obtidos no presente estudo .....	39
8.1. Situação túnel único .....	39
8.1.1. Comparação com resultados obtidos através da análise limite .....	60
8.1.2. Comparação com resultados experimentais .....	64
8.2. Situação túnel duplo .....	66
8.2.1. Comparação com resultados obtidos através da análise limite .....	91
8.2.2. Comparação com resultados experimentais .....	94
9. Proposta de formulação .....	95
9.1. Situação túnel único .....	95
10. Conclusões e desenvolvimentos futuros .....	111
ANEXO I .....	115
Restantes soluções referentes à situação de túnel duplo obtidas no presente estudo .....	115



## Índice de Figuras

Figura 1 – Representação do critério de Mohr Coulomb.....	4
Figura 2 – Representação do critério de Tresca.....	4
Figura 3 – Representação esquemática de construção .....	9
Figura 4 – Representação ilustrativa do caso 2.....	10
Figura 5 – Definição geométrica .....	11
Figura 6 – Definição dos carregamentos.....	12
Figura 7 – Exemplo de campo de deslocamentos no caso de colapso por intrusão .....	13
Figura 8 – Exemplo de campo de deslocamentos no caso de colapso por explosão .....	13
Figura 9 – Mecanismo de colapso local (Sloan e Assadi 1993) .....	14
Figura 10 – Malhas típicas para os problemas em estudo.....	15
Figura 11 – Solução satisfatória caso túnel único $C/D=2$ e $\gamma D/c_{u,0}=2$ . .....	18
Figura 12 – Solução não satisfatória caso túnel único $C/D=2$ e $\gamma D/c_{u,0}=2$ . .....	18
Figura 13 – Convergência da solução para situação túnel único $C/D=1$ $\gamma D/c_{u,0}=2$ . .....	19
Figura 14 – Número de estabilidade em função do número de elementos. ....	21
Figura 15 – Solução óptima para o caso de túnel único $C/D=2$ e $\gamma D/c_{u,0}=2$ . ....	22
Figura 16 – Malha inicial de túnel único. ....	24
Figura 17 – Malha melhorada de túnel único. ....	24
Figura 18 – Mecanismo de três variáveis (Davis et al 1980). ....	27
Figura 19 – Mecanismo de quatro variáveis (Davis et al 1980). ....	27
Figura 20 – Mecanismo de sete variáveis (Sloan e Assadi 1993). ....	27
Figura 21 – Representação esquemática das soluções obtidas por Sloan e Assadi (1993). ....	28
Figura 22 – Mecanismo de colapso plástico para a situação de túnel único proposto por Osman et al (2006). ....	30
Figura 23 – Resultados experimentais obtidos por Mair (1979) para $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ . ....	32
Figura 24 – Resultados experimentais obtidos para o caso túnel único obtidos por Wu e Lee (2003). ....	33
Figura 25 – Mecanismo de colapso plástico para a situação de túnel duplo Osman (2010). ....	34
Figura 26 – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ , $C/D=1$ ) Osman (2010). ....	35
Figura 27 – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ , $C/D=1$ ) Osman (2010). ....	35
Figura 28 – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ , $C/D=3$ ) Osman (2010). ....	36
Figura 29 – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ , $C/D=3$ ) Osman (2010). ....	36
Figura 30 – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ , $C/D=5$ ) Osman (2010). ....	37
Figura 31 – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ , $C/D=5$ ) Osman (2010). ....	37
Figura 32 – Resultados experimentais obtidos para a situação de túnel duplo para $L/D=1,5$ Wu e Lee (2003). ....	38
Figura 33 – Critério de Tresca clássico. ....	39
Figura 34 – Critério de Tresca truncado. ....	39

Figura 35 – Comparação entre critério de Tresca clássico e truncado para o caso de túnel único.....	40
Figura 36 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único considerando diferentes critérios de resistência para $C/D=0,5$ e $\rho D/c_{u,0}=0$ .....	41
Figura 37 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único considerando diferentes critérios de resistência para $C/D=5$ e $\rho D/c_{u,0}=0$ .....	41
Figura 38 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único considerando diferentes critérios de resistência para $C/D=0,5$ , $\gamma D/c_{u,0}=5$ e $\rho D/c_{u,0}=0$ .....	43
Figura 39 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único considerando diferentes critérios de resistência para $C/D=5$ , $\gamma D/c_{u,0}=5$ e $\rho D/c_{u,0}=0$ .....	43
Figura 40 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $C/D=0,5$ .....	46
Figura 41 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $C/D=1$ .....	46
Figura 42 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $C/D=2$ .....	47
Figura 43 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $C/D=3$ .....	47
Figura 44 – Campo de dissipação relativa e malha deformada para a situação de túnel único para diferentes valores de $\gamma D/c_{u,0}$ e $C/D=2$ .....	48
Figura 45 – Campo de dissipação relativa e malha deformada para a situação de túnel único para diferentes valores de $\gamma D/c_{u,0}$ e $C/D=4$ .....	48
Figura 46 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $\rho D/c_{u,0}=0$ .....	50
Figura 47 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .....	50
Figura 48 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $\rho D/c_{u,0}=0,50$ .....	51
Figura 49 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $\rho D/c_{u,0}=0,75$ .....	51
Figura 50 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $\rho D/c_{u,0}=1$ .....	52
Figura 51 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único $\rho D/c_{u,0}=0,50$ .....	53
Figura 52 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para $\gamma D/c_{u,0}=0$ , $\rho D/c_{u,0}=0,75$ e diferentes valores de $C/D$ .....	54
Figura 53 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para $\gamma D/c_{u,0}=3$ , $\rho D/c_{u,0}=0,75$ e diferentes valores de $C/D$ .....	54
Figura 54 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para $\gamma D/c_{u,0}=5$ , $\rho D/c_{u,0}=0,75$ e diferentes valores de $C/D$ .....	55
Figura 55 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação túnel único $C/D=0,5$ .....	56
Figura 56 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação túnel único $C/D=1$ .....	56
Figura 57 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação túnel único $C/D=2$ .....	57
Figura 58 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação túnel único $C/D=3$ .....	57
Figura 59 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para $C/D=0,5$ , $\gamma D/c_{u,0}=5$ e para diferentes valores de $\rho D/c_{u,0}$ .....	58
Figura 60 – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para $C/D=3$ , $\gamma D/c_{u,0}=5$ e para diferentes valores de $\rho D/c_{u,0}$ .....	58
Figura 61 – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para $\rho D/c_{u,0}=0$ .....	61
Figura 62 – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .....	61
Figura 63 – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para $\rho D/c_{u,0}=0,50$ .....	62
Figura 64 – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para $\rho D/c_{u,0}=0,75$ .....	62

Figura 65 – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para $\rho D/c_{u,0}=1$ .....	63
Figura 66 – Comparação de resultados obtidos experimentalmente por Mair (1979) e os obtidos no presente estudo para $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ . ....	64
Figura 67 – Comparação de resultados obtidos experimentalmente por Wu e Lee (2003) e os obtidos no presente estudo para $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ . ....	65
Figura 68 – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo $L/D=1,5$ e $C/D=0,5$ em função de $\gamma D/c_{u,0}$ . ....	69
Figura 69 – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo $L/D=1,5$ e $C/D=1$ em função de $\gamma D/c_{u,0}$ . ....	70
Figura 70 – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo $L/D=1,5$ e $C/D=2$ em função de $\gamma D/c_{u,0}$ . ....	70
Figura 71 – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo $L/D=1,5$ e $C/D=3$ em função de $\gamma D/c_{u,0}$ . ....	71
Figura 72 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $L/D=1,5$ e $\rho D/c_{u,0}=0$ . ....	72
Figura 73 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $L/D=1,5$ e $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .....	72
Figura 74 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $L/D=2$ e $\rho D/c_{u,0}=0$ . ....	73
Figura 75 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $L/D=2$ e $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .....	73
Figura 76 – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de $\gamma D/c_{u,0}$ e $L/D=1,5$ . ....	74
Figura 77 – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de $\gamma D/c_{u,0}$ e $L/D=4$ ....	74
Figura 78 – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo $L/D=1,5$ e $C/D=0,5$ em função de $\rho D/c_{u,0}$ . ....	76
Figura 79 – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo $L/D=1,5$ e $C/D=1$ em função de $\rho D/c_{u,0}$ . ....	76
Figura 80 – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo $L/D=1,5$ e $C/D=2$ em função de $\rho D/c_{u,0}$ . ....	77
Figura 81 – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo $L/D=1,5$ e $C/D=3$ em função de $\rho D/c_{u,0}$ . ....	77
Figura 82 – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de $\rho D/c_{u,0}$ .....	78
Figura 83 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=1$ e $\gamma D/c_{u,0}=0$ . ....	79
Figura 84 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=3$ e $\gamma D/c_{u,0}=0$ . ....	79
Figura 85 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=5$ e $\gamma D/c_{u,0}=0$ . ....	80
Figura 86 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=1$ e $\gamma D/c_{u,0}=3$ . ....	80
Figura 87 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=3$ e $\gamma D/c_{u,0}=3$ . ....	81
Figura 88 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=5$ e $\gamma D/c_{u,0}=3$ . ....	81
Figura 89 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=1$ e $\gamma D/c_{u,0}=5$ . ....	82
Figura 90 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=3$ e $\gamma D/c_{u,0}=5$ . ....	82
Figura 91 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=5$ e $\gamma D/c_{u,0}=5$ . ....	83
Figura 92 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $\gamma D/c_{u,0}=1$ e $\rho D/c_{u,0}=0$ .....	84

Figura 93 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $\gamma D/c_{u,0}=1$ e $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .....	84
Figura 94 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $\gamma D/c_{u,0}=3$ e $\rho D/c_{u,0}=0,50$ .....	85
Figura 95 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $\gamma D/c_{u,0}=3$ e $\rho D/c_{u,0}=0,75$ .....	85
Figura 96 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $\gamma D/c_{u,0}=3$ e $\rho D/c_{u,0}=1$ .....	86
Figura 97 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $\gamma D/c_{u,0}=5$ e $\rho D/c_{u,0}=0,75$ .....	86
Figura 98 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $\gamma D/c_{u,0}=5$ e $\rho D/c_{u,0}=1$ .....	87
Figura 99 – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de $L/D$ .....	88
Figura 100 – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo $C/D=5$ e $\gamma D/c_{u,0}=5$ . .....	89
Figura 101 – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de $C/D$ . ....	90
Figura 102 – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ e $C/D=1$ ). ....	91
Figura 103 – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ e $C/D=1$ ). ....	91
Figura 104 – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ e $C/D=3$ ). ....	92
Figura 105 – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ e $C/D=3$ ). ....	92
Figura 106 – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ e $C/D=5$ ). ....	93
Figura 107 – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ e $C/D=5$ ). ....	93
Figura 108 – Comparação de resultados obtidos no presente estudo e experimentalmente para a situação de túnel duplo.....	94
Figura 109 – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=0,5$ ). ....	97
Figura 110 – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=1$ ). .....	97
Figura 111 – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=2$ ). .....	98
Figura 112 – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas presente estudo ( $C/D=3$ ). ..	98
Figura 113 – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=4$ ). .....	99
Figura 114 – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=5$ ). .....	99
Figura 115 – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores $a$ , $b$ e $c$ em função de $C/D$ ( $\rho D/c_{u,0}=0$ ). ....	103



Figura 116 – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores m em função de $C/D$ ( $\rho D/c_{u,0} > 0$ ).	103
Figura 117 – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores d em função de $C/D$ ( $\rho D/c_{u,0} > 0$ ).	104
Figura 118 – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores m em função de $\rho D/c_{u,0}$ .	106
Figura 119 – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores d em função de $\rho D/c_{u,0}$ .	106
Figura 120 – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=0,5$ ).	108
Figura 121 – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=1$ ).	108
Figura 122 – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=2$ ).	109
Figura 123 – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=3$ ).	109
Figura 124 – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=4$ ).	110
Figura 125 – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=5$ ).	110



## Índice de Tabelas

Tabela 1 – Resultados obtidos usando uma malha com um lado de comprimento normalizado de 0,02 e 0,04.....	23
Tabela 2 – Resultados obtidos com malha melhorada em que $\overline{A'B'} = 0,7\overline{AB}$ . ....	25
Tabela 3 - Resultados obtidos com malha melhorada em que $\overline{A'B'} = 0,8\overline{AB}$ . ....	25
Tabela 4 – Resultados obtidos com malha em que $\overline{A'B'} = \overline{AB}$ .....	25
Tabela 5 – Resultados obtidos através do teorema cinemático. ....	29
Tabela 6 – Optimização de soluções da região superior obtidos por Sloan e Assadi (1993) e Osman et al (2006). ....	31
Tabela 7 – Resultados em N segundo o critério de Tresca Clássico para $\rho D/c_{u,0}=0$ .....	42
Tabela 8 – Resultados em N segundo o critério de Tresca Truncado para $\rho D/c_{u,0}=0$ . ....	42
Tabela 9 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel simples.....	45
Tabela 10 – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as melhores obtidas anteriormente. ....	60
Tabela 11 – Resultados obtidos neste estudo para $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .....	64
Tabela 12 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=1,5$ ).....	67
Tabela 13 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=2$ ).....	68
Tabela 14 – Resultados obtidos no presente estudo para $L/D=1,5$ e $\rho D/c_{u,0}=0$ . ....	94
Tabela 15 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel único (N). ....	96
Tabela 16 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=3$ ).....	115
Tabela 17 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=4$ ).....	116
Tabela 18 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=5$ ).....	117
Tabela 19 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=6$ ).....	118
Tabela 20 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=7$ ).....	119
Tabela 21 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=8$ ).....	120
Tabela 22 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=9$ ).....	121
Tabela 23 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=10$ ).....	122
Tabela 24 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=11$ ).....	123
Tabela 25 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=12$ ).....	124
Tabela 26 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=13$ ).....	125
Tabela 27 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=14$ ).....	126
Tabela 28 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=15$ ).....	127
Tabela 29 – Resultados obtidos com o Sublim3d para a situação de túnel duplo ( $L/D=16$ ).....	128



## 1. INTRODUÇÃO

O aumento das áreas urbanas associado ao custo que a ocupação de superfície representa, tem feito sentir a necessidade de aproveitar o espaço subterrâneo. Como tal, a construção de túneis tem sido uma boa hipótese para mitigação deste problema visto que não necessita de uma grande área à superfície. Contudo, na maioria dos casos, a construção de túneis urbanos é realizada cada vez mais em condições geotécnicas difíceis, necessitando-se assim de um estudo cuidadoso sobre as condições de estabilidade dos mesmos, onde a construção terá que se adaptar às características do meio, podendo ser os desafios provocados por esta de maior ou menor facilidade de resolução. Há que realçar que os túneis, em oposição a outras soluções, vêm minimizar também diversos problemas ambientais, nomeadamente, os cuidados a ter com a preservação de “habitats” próprios de muitas espécies, muitas delas endémicas na zona prevista para construção.

Este trabalho dedica-se ao estudo das condições de colapso de túneis circulares, executados em solo em condições não drenadas, colapso este que toma como principais formas, o colapso por intrusão, em que a deformação do solo à superfície é descendente, fazendo diminuir a área da secção transversal do túnel; por explosão, em que a deformação do solo é genericamente ascendente, fazendo aumentar a área da secção transversal do túnel e por colapso local, onde a deformação do solo é localizada em redor do túnel. Constata-se que um túnel é considerado estável se, dada a geometria, as condições de carregamento e as características do terreno, este não atingir o colapso dúctil, ou seja, não atingir um estado que sem alteração do carregamento se obtém deslocamentos ilimitados. Neste trabalho, apenas vão ser mostradas soluções que derivam do colapso de túneis circulares por intrusão. Estas soluções foram obtidas com recurso ao teorema cinemático da análise limite. A análise limite engloba dois tipos de solução, ditas da região superior e da região inferior, que tal como o nome indica, fornecem um limite superior e inferior do carregamento de colapso em relação à solução exacta. No presente trabalho, foram apenas obtidas soluções da região superior. Como ferramenta de cálculo será usado uma implementação do teorema cinemático recorrendo ao método dos elementos finitos, que deu origem a um programa de cálculo automático das aproximações da carga de colapso, programa este que já demonstrou dar, em análises a duas dimensões, excelentes resultados (Vicente da Silva e Antão 2007). Foram efectuados cálculos para duas formas geométricas distintas, uma que considera a execução de apenas um túnel e outra que considera a execução de dois túneis com iguais alturas de recobrimento. Os resultados obtidos neste estudo serão comparados com soluções obtidas através da análise limite e soluções experimentais obtidas por outros autores, tendo-se obtido na maioria dos casos

melhores resultados que os já existentes. Para a situação de túnel único irá ser proposta uma formulação que demonstrou ser uma aproximação bastante satisfatória aos resultados obtidos neste estudo.

## 2. CONCEITOS TEÓRICOS

### 2.1. MODELAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CORTE DO SOLO

A escolha do critério de resistência a considerar para um solo depende do estado de carregamento instalado, podendo ser este carregamento idealizado como drenado ou não drenado, conduzindo à utilização de diferentes critérios de resistência.

A classificação do carregamento depende, essencialmente, da capacidade que o solo, em que este é exercido, apresenta de drenagem da água contida no seu interior. Por sua vez, a capacidade de drenagem do solo, durante o carregamento, depende da permeabilidade do solo em causa e do tempo de duração da aplicação do carregamento.

Como princípio base de modelação de resistência ao corte do solo assume-se que a tensão de corte criada entre partículas sólidas é proporcional à tensão normal efectiva aplicada. Dito isto, a análise da resistência ao corte de um solo pode ser feita em condições drenadas ou em condições não drenadas, sendo que a escolha das condições de carregamento, como dito anteriormente, depende fundamentalmente da permeabilidade do solo e do tempo de carregamento.

#### 2.1.1. CONDIÇÕES DRENADAS

A análise da resistência ao corte do solo considera-se drenada quando, para um certo tempo de carregamento, o solo seja suficientemente permeável permitindo que a água contida no seu interior tenha a grande capacidade de se movimentar durante o tempo de aplicação do carregamento. Nesta situação pode desprezar-se o aumento de pressão intersticial, ou seja, considerar que as tensões efectivas são iguais às tensões totais aplicadas. Como se mostra na Figura 1, a ocorrência de uma variação de tensão efectiva normal induz uma variação de tensão de corte máxima admissível, dada pela equação:

$$\tau = c' + \sigma' \cdot \tan \phi' \quad [1]$$

Designado por critério de Mohr Coluomb onde  $c'$  representa a resistência ao corte drenada do solo,  $\sigma'$  a tensão normal aplicada ao solo e  $\phi'$  o ângulo de atrito interno do solo.

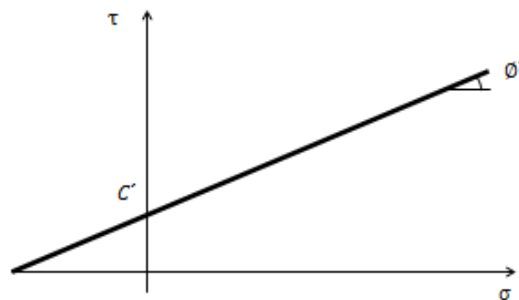


Figura 1 – Representação do critério de Mohr Coulomb

### 2.1.2. CONDIÇÕES NÃO DRENADAS

A análise da resistência ao corte do solo considera-se como não drenada se o volume de solo se mantiver constante durante o tempo de carregamento, por incapacidade ou capacidade desprezível de circulação de água. Neste caso o aumento de tensão normal imposta ao terreno é suportado apenas pela água contida no seu interior, ou seja, o aumento de tensão normal conduz ao mesmo aumento de pressão intersticial. A Figura 2 mostra o critério normalmente usado na modelação de materiais sujeitos a carregamento não drenado. Como se pode ver, a envolvente de rotura é independente da tensão normal aplicada e é dada pela equação:

$$\tau = c_u \quad [2]$$

Designado pelo critério de Tresca, onde  $c_u$  representa a resistência ao corte não drenada do solo.

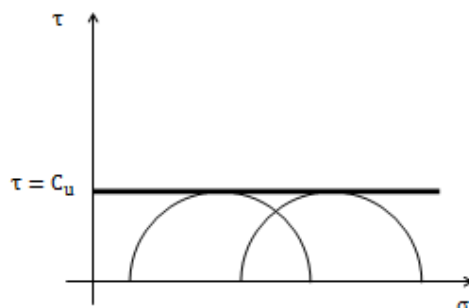


Figura 2 – Representação do critério de Tresca



## 2.2. ANÁLISE LIMITE

A análise limite considera que o material é um material com comportamento rígido plástico com lei de fluxo associada, ou seja, qualquer incremento de tensão conduz a um incremento de deformação plástica normal à envolvente de rotura. A análise limite baseia-se em dois teoremas principais, o teorema cinemático ou da região superior, e o teorema estático ou da região inferior. Destes teoremas, um ignora as condições de equilíbrio, o teorema da região superior e o outro ignora as condições de compatibilidade, o teorema da região inferior. Estes teoremas fornecem um limite superior e um limite inferior de cargas de colapso, o que indica que a solução exacta se situa entre estes dois limites. Caso as soluções obtidas através do teorema da região superior sejam iguais às obtidas através do teorema da região inferior está encontrada a solução exacta.

### 2.2.1. TEOREMA CINEMÁTICO OU DA REGIÃO SUPERIOR

O teorema cinemático ou da região superior diz que, se para um dado mecanismo virtual compatível, o trabalho das forças exteriores for igual ao trabalho das tensões internas, as forças exteriores aplicadas causam o colapso.

Para determinar um limite superior é necessário calcular o trabalho realizado pelas tensões internas e pelas forças exteriores para um incremento de deslocamento de um mecanismo virtual compatível. O trabalho criado pelas forças externas é a soma do produto da força de massa  $b$  pelo campo de deslocamentos virtuais  $u^*$  no domínio  $\Omega$  e do produto das forças de fronteira  $\underline{t}$  pelo campo de deslocamentos virtuais  $u^*$  na fronteira estática  $d\Gamma$ , dado pela equação:

$$W_e = \int_{\Omega} \underline{b} \cdot \underline{u}^* d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma}} \underline{t} \cdot \underline{u}^* d\Gamma \quad [3]$$

O trabalho das tensões internas é o trabalho dissipado pela deformação plástica no material, no campo de deslocamentos do mecanismo compatível e é dado pela equação:

$$W_D = \int_{\Omega} \mathcal{D} d\Omega \quad [4]$$

onde  $\mathcal{D}$  representa a energia dissipada por unidade de volume, sendo para as definições dadas  $\mathcal{D} = \sigma; \varepsilon^p$

Há que referir, que é possível considerar campos de deslocamentos descontínuos, sendo nesse caso, necessário calcular a parcela de dissipação de energia nessas superfícies de descontinuidades. Esses campos de deslocamentos descontínuos não serão considerados no presente trabalho.

### **2.2.2. TEOREMA ESTÁTICO OU DA REGIÃO INFERIOR**

O teorema da região inferior (ou do limite inferior ou teorema estático) diz que, se um conjunto de forças exteriores está em equilíbrio com as tensões internas que em nenhum ponto violam o critério de rotura, as forças exteriores aplicadas não causam o colapso.

### **2.3. A UTILIZAÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS NA IMPLEMENTAÇÃO DO TEOREMA CINEMÁTICO**

O método dos elementos finitos é uma ferramenta de cálculo que sofreu uma grande divulgação ao longo do tempo. Esta divulgação foi acompanhada por uma evolução tecnológica que possibilitou a criação de máquinas de cálculo com capacidade de dar respostas rápidas aos problemas propostos, contribuindo para o aumento da capacidade de resolução de diversos problemas complexos de engenharia em geral e possibilitando a rapidez de respostas aos mesmos. Basicamente o método dos elementos finitos transforma um problema complexo em vários problemas simples, em que a soma da resolução destes problemas simples promove a resolução do problema complexo. Uma das bases do método dos elementos finitos é a discretização do domínio em estudo. A discretização consiste na divisão de todo domínio em estudo em elementos de tamanho inferiores, os chamados “elementos finitos”. A forma da divisão do domínio tem a designação corrente de malha. Como incógnitas, pode ter-se as incógnitas primárias e as secundárias. As incógnitas primárias são aquelas que se calculam nos pontos nodais, tais como, deslocamentos na análise de tensões-deformações, potenciais no caso de análises de escoamentos ou outras grandezas físicas. Como incógnitas secundárias, podem chamar-se aquelas que derivam das primárias, tais como, tensões, deformações entre outras. A divisão do domínio em elementos de menores dimensões tem como objectivo tratar separadamente cada elemento, formulando  $n$  equações que descrevem o problema como um todo que, de uma forma relativamente fácil, podem ser colocadas na forma matricial e calculadas. O domínio é ligado ao resto do mundo através das condições de fronteira. Estas condições, são as que

condicionam o domínio relativamente a deslocamentos e a aplicação de forças exteriores entre outras.

A efectivação do teorema cinemático conduz à minimização da seguinte equação:

$$\text{Min} \left\{ \int_{\mathcal{D}} \mathcal{D}(\varepsilon) d\Omega - \int_{\Omega} \underline{b} \cdot \underline{u}^* d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}} \underline{t} \cdot \underline{u}^* d\Gamma \right\} \quad [5]$$

Fazendo aproximações independentes para  $u^*$  e para  $\varepsilon$ , sendo que para  $u^*$  são lineares e para  $\varepsilon$  são constantes, é necessário impor a condição de compatibilidade  $B\underline{u}^* - \varepsilon = 0$ , o que é feito através da utilização da técnica do lagrangiano aumentado, conduzindo à seguinte minimização

$$\text{Min } \mathcal{L} = \int_{\mathcal{D}} \mathcal{D}(\varepsilon) d\Omega - \int_{\Omega} \underline{b} \cdot \underline{u}^* d\Omega - \int_{\Gamma_{\sigma}} \underline{t} \cdot \underline{u}^* d\Gamma + \int_{\Omega} \mu (B\underline{u}^* - \varepsilon) d\Omega + \frac{r}{2} \int_{\Omega} \|B\underline{u}^* - \varepsilon\|^2 d\Omega \quad [6]$$

onde  $u^*$  representa o campo de deslocamentos virtuais,  $\mu$  o multiplicador de Lagrange e  $r$  o parâmetro de penalidade.

O problema é então discretizado recorrendo ao método dos elementos finitos. O modelo, caracterizado pela adopção de aproximações independentes para os dois campos distintos, o campo de deslocamentos e o campo das deformações plásticas é definido pelas aproximações destes campos, expressas pelas equações:

$$\begin{cases} u_i(x, y) = \{u_x, u_y\}_i^T = N_i(x, y) d_i & \text{em } \Omega_i \\ \varepsilon_i(x, y) = \{\varepsilon_x, \varepsilon_y, 2\varepsilon_{xy}\}_i^T = e_i & \text{em } \Omega_i \end{cases} \quad [7]$$

onde a matriz  $N_i$  agrupa as funções de aproximação e o vector  $d_i$  contém os pesos das respectivas funções de aproximação, cujo valor representa o deslocamento nodal dos elementos finitos. A aproximação do campo de deformação é constante em cada elemento finito, sendo as componentes da deformação de cada elemento armazenadas no vector  $e_i$ .

A utilização destas aproximações permite a escrita do Lagrangiano aumentado presente na equação [8] na forma discretizada, segundo a equação:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(d, e, \mu) = & \sum_{i=1}^{n_E} \int_{\Omega_i} \mathcal{D}(e_i) \, d\Omega - \sum_{i=1}^{n_E} \left( \int_{\Omega_i} b^{-T} N_i \, d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma_i}} t^{-T} N_i \, d\Gamma \right) d_i \\
& - \lambda \sum_{i=1}^{n_E} \left( \int_{\Omega_i} b_{\lambda}^T N_i \, d\Omega + \int_{\Gamma_{\sigma_i}} t_{\lambda}^T N_i \, d\Gamma \right) d_i + \sum_{i=1}^{n_E} \int_{\Omega_i} \mu_i^T (B N_i) \, d\Omega d_i \\
& - \sum_{i=1}^{n_E} \int_{\Omega_i} \mu_i^T e_i \, d\Omega + \frac{r}{2} \sum_{i=1}^{n_E} d_i^T \int_{\Omega_i} (B N_i)^T (B N_i) \, d\Omega d_i - r \sum_{i=1}^{n_E} d_i^T \int_{\Omega_i} (B N_i)^T e_i \, d\Omega \\
& + \frac{r}{2} \sum_{i=1}^{n_E} \int_{\Omega_i} e_i^T e_i \, d\Omega
\end{aligned} \quad [8]$$

Nesta equação o índice  $i$  refere-se ao  $i$ -ésimo, de entre  $n_E$ , elemento finito. Foi também introduzido o parâmetro de carga  $\lambda$ , que multiplica os carregamentos variáveis, e será o resultado da minimização a efectuar.

A minimização deste lagrangiano é feita recorrendo ao algoritmo de Uzawa que alcança a solução de forma iterativa sendo que, em cada iteração executa duas minimizações, uma global e uma local, efectuando posteriormente a respectiva actualização dos multiplicadores de Lagrange. A utilização deste algoritmo, em conjunto com a implementação em elementos finitos dos campos independentes para os deslocamentos e para as deformações, conduz a dois tipos de minimizações a efectuar: uma, regida por um sistema de equações lineares que faz entrar em jogo as propriedades de todo o meio, outra, de carácter não linear mas que se efectua apenas ao nível do elemento.

O programa resultante desta técnica foi implementado no programa **Sublim3d** (<http://www.dec.fct.unl.pt/projectos/SUBLIM3d/>) durante o trabalho que conduziu à tese de doutoramento do Prof. Doutor Mário Silva. Para mais detalhes sobre a implementação do processo de minimizações dever-se-á consultar a referida tese de doutoramento (Vicente da Silva. M., 2009).

### 3. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Este estudo tem como objectivo a aproximação de cargas de colapso através do teorema cinemático da análise limite. Na Figura 3 estão representados, esquematicamente, a geometria e os carregamentos resultantes da construção de túneis em solos, recorrendo a suporte provisório, sendo  $C$  a altura de recobrimento do túnel,  $D$  o diâmetro do túnel,  $P$  a distância entre a frente de escavação e suporte rígido do túnel,  $\sigma_s$  a carga uniforme, distribuída à superfície e  $\sigma_t$  a carga uniforme, distribuída segundo a superfície interior do túnel. Uma vez que a definição deste problema não é simples, devido ao seu carácter tridimensional, podem ser estudados três casos mais simples representativos do problema. O primeiro caso em estudo analisa uma secção transversal do túnel e tem como fim determinar a pressão mínima a impor no interior do túnel para que este se mantenha estável. Este caso é equivalente ao caso mostrado na Figura 3 quando  $P/D$  é grande. O segundo caso é o mostrado na Figura 4 e considera que o volume escavado não é cilíndrico mas sim quadrangular, semelhante a uma longa abertura mineira. Neste caso, pretende-se analisar a tensão mínima necessária a colocar na frente de escavação para que esta se mantenha estável. O terceiro caso, é o considerado no problema de Broms & Bennermark (1967) que tem a configuração do caso 1, mas quando  $P/D=0$ , e analisa a tensão mínima necessária a colocar na frente de escavação do túnel para que este se mantenha estável.

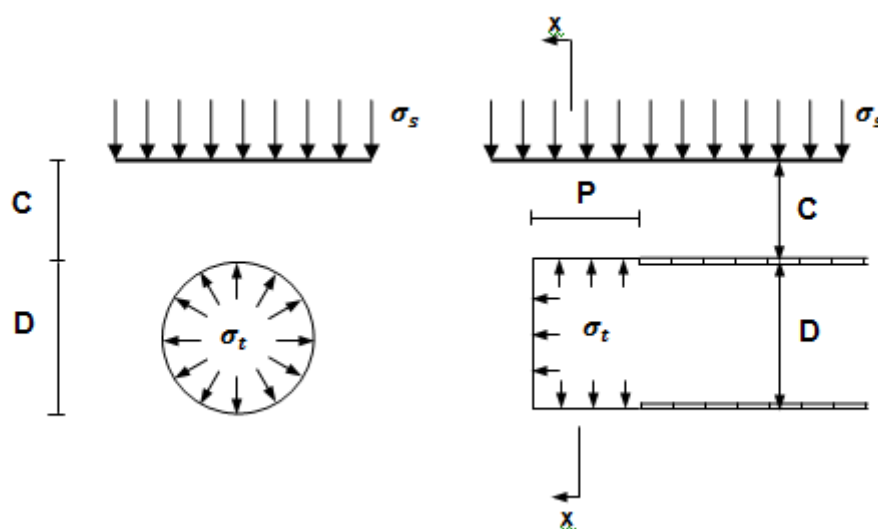
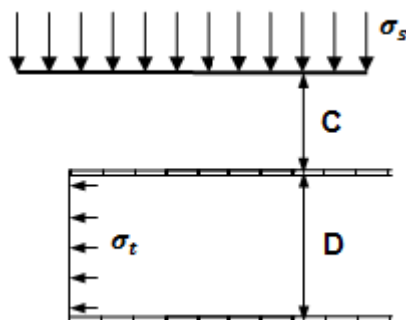


Figura 3 – Representação esquemática de construção

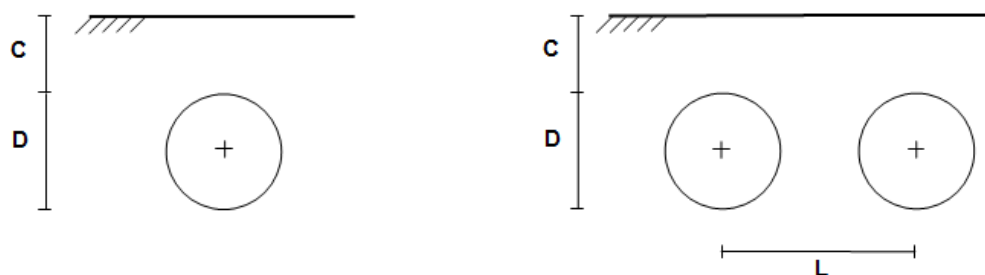


**Figura 4** – Representação ilustrativa do caso 2

De forma a simplificar o problema, neste estudo apenas vai ser analisado o caso definido pela Figura 3 quando  $P/D$  é grande. Dito isto, o problema em causa depende de três classes de condições: da geometria, do carregamento e das características de resistência do solo. Neste estudo vão ser examinadas duas situações geométricas distintas, uma que considera a execução de apenas um túnel, a situação de túnel único, e outra que considera a execução de dois túneis, a situação de túnel duplo.

### 3.1. GEOMETRIA

Na Figura 5 representa-se um corte transversal das situações de túnel único e de túnel duplo, respectivamente. Neste trabalho, vai ser estudada a execução de túneis circulares com diâmetro  $D$  e com uma altura de recobrimento (distância do topo do túnel à superfície)  $C$ . Como está representado na Figura 5 b), na situação de túnel duplo, para além do que foi definido anteriormente, temos também a considerar o afastamento entre eixo de túneis  $L$ . O problema em análise pode ser tratado adimensionalmente, dependendo dos parâmetros  $\frac{C}{D}$  e  $\frac{L}{D}$ . De forma a perceber a influência que cada parâmetro mencionado tem no colapso de túneis circulares, vão ser efectuados cálculos, variando, para a situação de túnel único, o valor de  $\frac{C}{D} = \{0,5; 1; 2; 3; 4; 5\}$  e para a situação de túnel duplo, os valores de  $\frac{C}{D} = \{0,5; 1; 2; 3; 4; 5\}$  e  $\frac{L}{D} > 1,5$ , separadamente. Para a situação de túnel duplo, o valor de  $\frac{L}{D}$  vai ser aumentado até que este não tenha qualquer influência no colapso dos túneis.



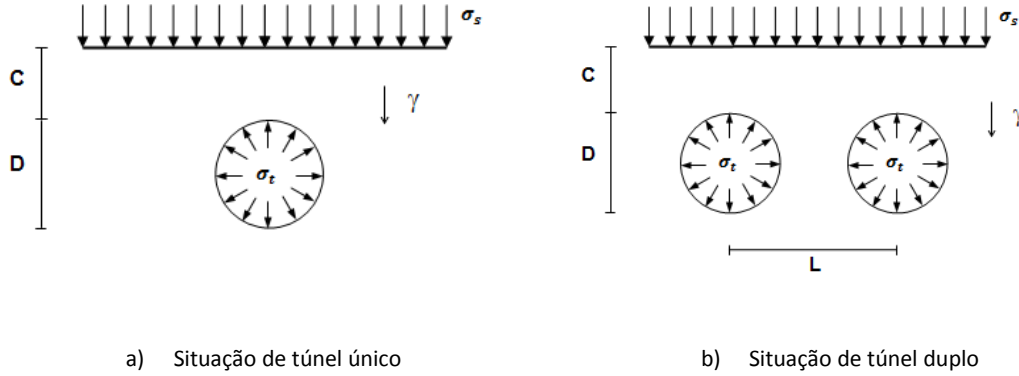
a) Situação de túnel único

b) Situação túnel duplo

**Figura 5** – Definição geométrica

### 3.2. CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO

Como carregamento tem-se, como mostra na Figura 6 a) e b), a aplicação de duas tensões uniformes. Uma vertical, aplicada ao longo da superfície e outra radial, aplicada no interior de cada túnel, sendo ambas consideradas positivas quando actuando no sentido do maciço. À tensão aplicada à superfície deu-se a designação de  $\sigma_s$  e à tensão aplicada no interior do túnel de  $\sigma_t$ . Enquanto que a tensão aplicada à superfície  $\sigma_s$  é uma tensão que funciona como um dos factores que leva o túnel ao colapso, a tensão no interior do túnel, pelo contrário, pode ser um dos factores mais importantes para a estabilidade do mesmo. Por forma a ser mais fácil a leitura gráfica das soluções que irão ser mostradas ao longo do desenvolvimento deste estudo, estas tensões obtidas para o colapso de túneis, serão relacionadas e mostradas na forma  $(\sigma_s - \sigma_t)$ , tirando partido do facto do problema ser incompressível e de as tensões  $\sigma_s$  e  $\sigma_t$  serem tensões uniformes. Há que realçar também que, devido a este estudo se dedicar apenas ao colapso de túneis por intrusão (ver capítulo 4), será considerado que a estabilidade de túneis cresce com o aumento do valor do parâmetro  $(\sigma_s - \sigma_t)$ , isto porque, para uma situação de colapso e para um dado valor de  $\sigma_s$ , o túnel que aqui se considera mais estável é aquele que necessita de um menor valor de  $\sigma_t$ .

**Figura 6** – Definição dos carregamentos

### 3.3. CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DO SOLO

Tendo em conta que o âmbito do problema se restringe ao colapso de túneis em condições não drenadas (Ver capítulo 2), vai ser considerado para o parâmetro de resistência ao corte do solo, uma resistência não drenada  $c_u$ . Normalmente, esta resistência é tomada como constante ao longo da profundidade, o que não representa correctamente a realidade. Neste trabalho, entrando no seguimento do que outros autores propuseram, vai ser considerado que tal resistência varia linearmente com a profundidade, dependendo do parâmetro  $\rho$  e pode ser dada pela equação:

$$c_u(z) = c_{u,0} + \rho \cdot z \quad \text{onde} \quad \rho = \frac{dc_u}{dz} \quad [9]$$

em que  $c_{u,0}$  é a resistência ao corte não drenada do solo à superfície e  $z$  a profundidade a considerar.

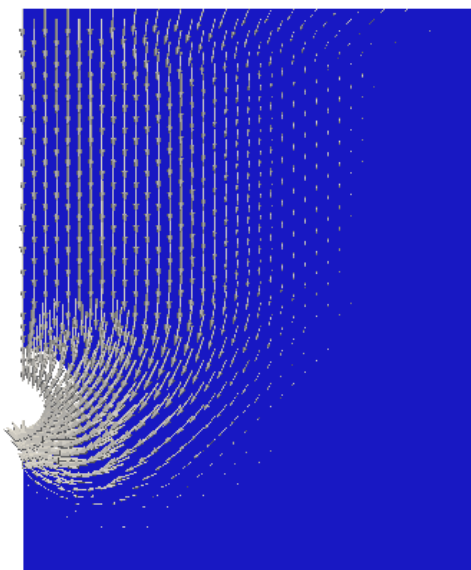
Por forma a fazer a análise dos problemas adimensionalmente, as características do solo serão apresentadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho, recorrendo aos parâmetros  $\frac{\gamma D}{c_{u,0}}$  e  $\frac{\rho D}{c_{u,0}}$ . Com o intuito de se perceber a influência destes parâmetros na ocorrência do colapso, foram efectuados cálculos onde estes parâmetros tomaram os valores  $\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$  e  $\frac{\rho D}{c_{u,0}} = \{0; 0,25; 0,50; 0,75; 1\}$



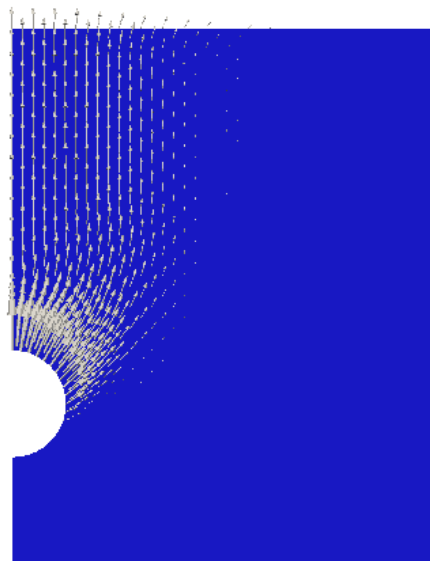
## 4. FORMAS DE COLAPSO

A avaliação da instabilidade de túneis pode ser influenciada por diversos factores. Por um lado, aqueles que resultam de condições ambientais, tais como, alteração do nível freático, entre outras, e por outro, aqueles que resultam da acção humana, tais como, classificação do solo, projecto, execução, entre outras. Como já foi referido anteriormente, as três principais formas de colapso de túneis são: o colapso por intrusão, o colapso por explosão e o colapso local.

Como se mostra na Figura 7, o colapso por intrusão dá origem a que o solo que se encontra em redor do túnel se desloque em direcção a este, fazendo com que no caso de análises não drenadas, o solo à superfície abata. Esta forma de colapso acontece quando a pressão no interior do túnel  $\sigma_t$  não é suficiente para manter o túnel estável. Por outro lado, quando a pressão no interior do túnel  $\sigma_t$  é demasiado grande, o colapso pode ocorrer por explosão, como se mostra na Figura 8, onde o solo que se encontra em redor do túnel é expelido, fazendo com que, no caso de análises não drenadas, ocorra empolamento do solo à superfície.



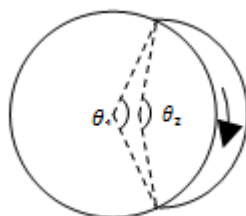
**Figura 7** – Exemplo de campo de deslocamentos no caso de colapso por intrusão



**Figura 8** – Exemplo de campo de deslocamentos no caso de colapso por explosão

O colapso local pode ocorrer quando o peso volúmico do solo é demasiado grande em comparação à resistência do mesmo, dando origem a que uma zona local do túnel colapse. Para este tipo de colapso foi encontrado uma solução da região superior por Sloan e Assadi (1993) de  $\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 11,72$ , solução esta que foi encontrada com recurso a um mecanismo de duas variáveis mostrado na Figura 9. E este tipo de colapso é independente tanto das

tensões exercidas no interior do túnel como das forças exercidas à superfície, desde que ambas sejam uniformes, dependendo apenas do peso volúmico do solo, do diâmetro do túnel e da resistência não drenada do solo. Tal acontece, porque o trabalho realizado, tanto pela força exercida no interior do túnel como pela força exercida à superfície, é nulo.



**Figura 9** – Mecanismo de colapso local (Sloan e Assadi 1993)

A estabilidade de túneis é garantida se, para uma dada definição de geometria, de carregamento e de resistência, não ocorrer nenhuma destas formas de colapso. Isto indica que é possível encontrar um intervalo de valores limitado pelos valores de colapso por intrusão, colapso por explosão e colapso local, para o qual é garantida a estabilidade do túnel.

## 5. METODOLOGIA DE CÁLCULO

Para se obter uma solução, recorrendo a um programa de cálculo automático, é normalmente necessário modelar o problema conforme a sua definição e posteriormente verificar se as soluções obtidas estão coerentes com o que foi modelado. Neste estudo, a modelação dos problemas foi feita recorrendo aos seguintes programas: **ANSYS** (<http://www.ansys.com>), **Convert** e **Sublim3d** e a verificação gráfica das soluções recorrendo ao programa **Paraview** (<http://www.paraview.org>).

### 5.1. GEOMETRIA DO PROBLEMA

A divisão do domínio do problema em estudo (Malha) está inerente à utilização do método dos elementos finitos, sendo que a escolha da forma e da dimensão desta nem sempre é uma tarefa fácil. Este facto deve-se a que, por um lado, a malha deve ser suficientemente refinada de forma a se obterem soluções com algum grau de precisão, e por outro, se for demasiadamente refinada, corre-se o risco de não se dispor de capacidade nos aparelhos de cálculo ou de se ter tempos de cálculo incompatíveis na obtenção de resultados. Como em ambos os casos em estudo (situação de túnel único e situação de túnel duplo), tanto o domínio, como as propriedades dos carregamentos são verticalmente simétricos, no primeiro caso em relação ao eixo do túnel e no segundo à meia distância entre eixos de túneis, procede-se à discretização de apenas metade do modelo em estudo. Através do programa **ANSYS**, é possível definir o domínio, a forma e a dimensão da malha, o diâmetro do túnel  $D$ , a altura de recobrimento  $C$ , o afastamento entre túneis  $L$  e as condições de fronteira referentes a deslocamentos e imposição de forças, como se pode observar na Figura 10.

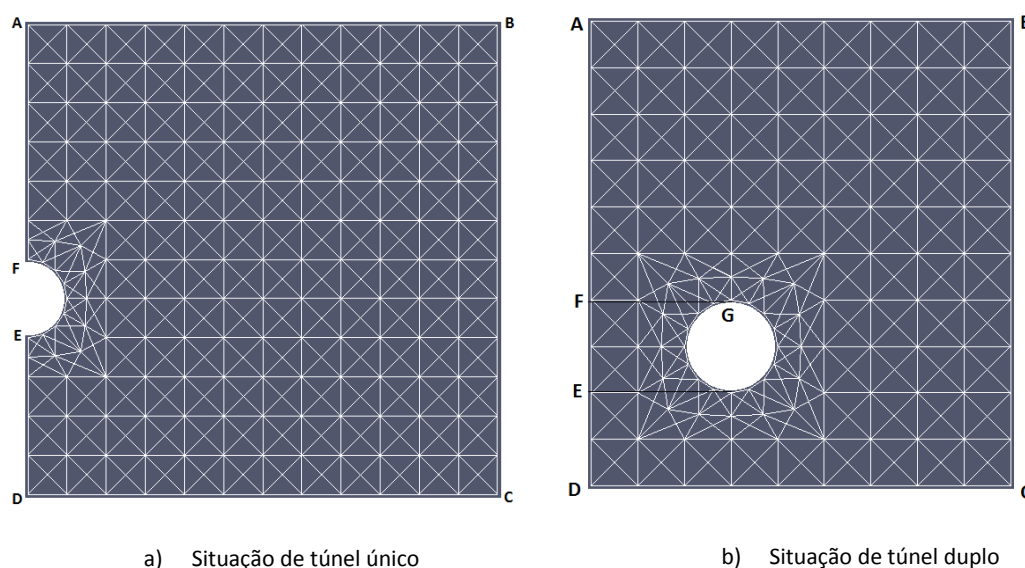


Figura 10 – Malhas típicas para os problemas em estudo

Tal como é possível observar nas figuras anteriormente apresentadas (Figura 10 a) e b)), as dimensões do diâmetro dos túneis  $D$  ( $\overline{EF}$ ), a altura de recobrimento  $C$  ( $\overline{AF}$ ) e o afastamento entre eixo de túneis  $L/2=(\overline{FG})$  são introduzidas consoante a situação a analisar. A escolha das dimensões do domínio  $\overline{DC}$  e  $\overline{ED}$  é, neste estudo, feita de forma mais ou menos intuitiva, verificando-se se a escolha foi bem-feita após à obtenção da solução (Ver capítulo 5.4). Como condições de fronteira, restringiu-se, para ambos os casos, os deslocamentos em  $x$ , segundo  $\overline{AD}$ ,  $\overline{BC}$  e  $\overline{CD}$  e os deslocamentos em  $y$  segundo  $\overline{BC}$  e  $\overline{CD}$ . Em ambas as situações colocou-se uma carga superficial segundo  $\overline{AB}$  e duas cargas no interior de cada túnel. No ponto seguinte, explica-se a razão da colocação de duas cargas no interior de cada túnel.

Depois de definidas as características geométricas mencionadas, o programa **ANSYS** emite um ficheiro, onde estão armazenadas estas informações assim como, as características das malhas do domínio definidas pelo utilizador.

Note-se que, as malhas são constituídas por elementos triangulares obtidos a partir das diagonais de elementos de quatro lados. Esta escolha prende-se com o facto de ter sido mostrado por Nagtegaal et al (1974) ser uma disposição que previne o efeito de *locking* (efeito de bloqueio cinemático) nos cálculos em incompressibilidade.

## 5.2. CARREGAMENTO E CARACTERÍSTICAS DO MATERIAL

Com recurso ao programa **Convert**, é possível converter o ficheiro emitido pelo programa **ANSYS** num ficheiro capaz de ser lido pelo programa **Sublim3d**. Neste processo de conversão, procede-se à definição do carregamento, à escolha da incógnita a conhecer e à definição das características do material, introduzindo-se o código do critério de resistência a usar. Decompõe-se a carga  $\sigma_t$  em duas cargas, uma positiva, considerando-se como constante e uma outra negativa, variável (incógnita a conhecer). Esta decisão foi tomada devido ao facto de, desta forma, no colapso por intrusão, o trabalho realizado pelas forças exteriores ser sempre positivo e como tal, a solução de  $\sigma_t$  variável ser positiva. Caso contrário, o resultado não está de acordo com a formulação de minimização.

### 5.3. OBTENÇÃO DOS RESULTADOS

Para obter a solução, basta fazer correr o ficheiro, já convertido, no programa **Sublim3d**. Efectuado o cálculo, por parte do programa **Sublim3d**, este emite dois ficheiros, um que mostra a evolução do parâmetro de carga em função do número de iterações do algoritmo de Uzawa efectuadas, o tempo gasto no processo e o valor da solução, e outro, capaz de ser lido pelo programa **Paraview**, o qual mostra a área das deformações plásticas existentes no solo, para o problema em causa, assim como a malha deformada. Neste trabalho, as soluções serão apresentadas em duas formas, ambas adimensionais. Uma que tem em conta as tensões actuantes e a resistência não drenada do solo, mostrada pela relação  $\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_u}$ , e outra, que se designa por número de estabilidade, proposto por Broms e Bennermark (1967), que tem em conta não só as tensões aplicadas e a resistência não drenada mas também o peso de solo e a geometria do problema dada pela equação:

$$N = \frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_u} + \frac{\gamma D}{c_u} \left( \frac{C}{D} + \frac{1}{2} \right) \quad [10]$$

onde  $c_u$  representa a resistência não drenada ao nível do eixo do túnel.

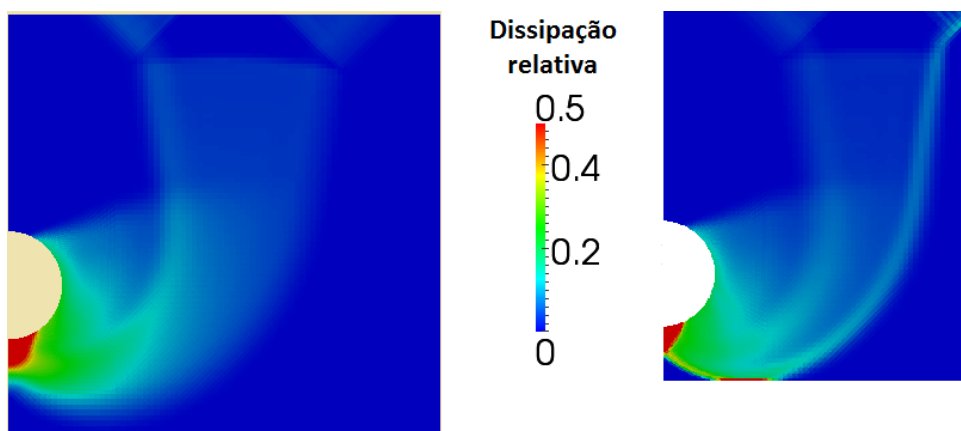
No caso de materiais com resistência não drenada crescente em profundidade, esta equação é adaptada a:

$$N = \left[ \frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}} + \frac{\gamma D}{c_{u,0}} \left( \frac{C}{D} + \frac{1}{2} \right) \right] \times \left[ \frac{1}{1 + \frac{\rho D}{c_{u,0}} \left( \frac{C}{D} + \frac{1}{2} \right)} \right] \quad [11]$$

onde  $c_{u,0}$  representa a resistência não drenada do solo à superfície e  $\rho$  a taxa de variação de resistência ao corte não drenada em função do acréscimo de profundidade.

## 5.4. VALIDAÇÃO DAS SOLUÇÕES OBTIDAS

De forma a comprovar a qualidade do mecanismo obtido, é necessário proceder a uma verificação dos resultados. Não são consideradas válidas as soluções que exibem campos de deformações plásticas junto à fronteira do domínio em estudo. Estes resultados seriam válidos se se quisesse estudar o colapso de túneis construídos num solo que contenha um extracto rígido subjacente ou um elemento vertical suficientemente próximo do túnel. Na Figura 11 pode observar-se uma solução que se considera satisfatória e na Figura 12 pode observar-se uma solução que não é satisfatória, devido à proximidade do campo de dissipações à fronteira do domínio.



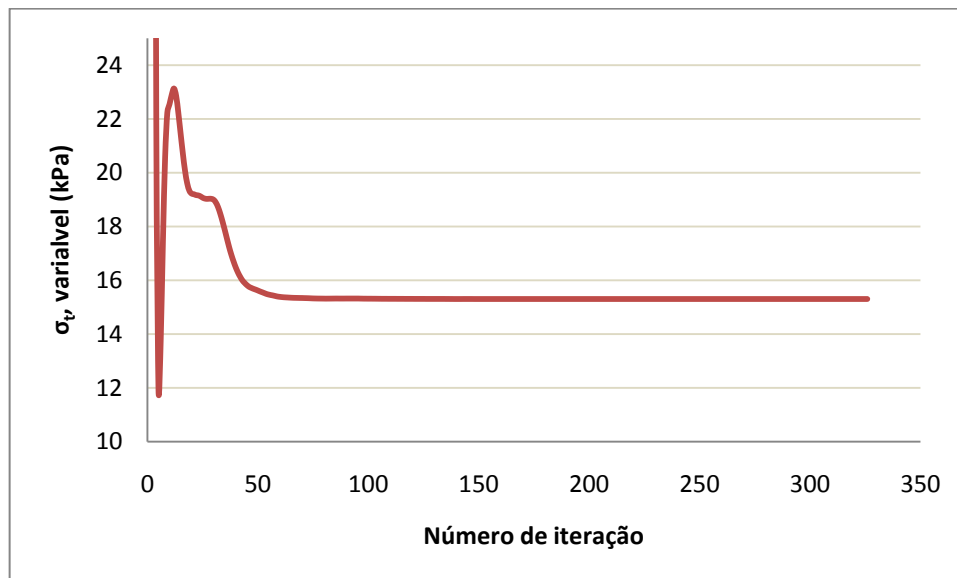
**Figura 11** – Solução satisfatória caso túnel único  $C/D=2$  e  $\gamma D/c_{u,0}=2$ .

**Figura 12** – Solução não satisfatória caso túnel único  $C/D=2$  e  $\gamma D/c_{u,0}=2$ .

De seguida, tem que se observar se a solução do problema converge satisfatoriamente até atingir o grau de precisão desejado.

Há que referir que a escala de dissipação relativa, em cada ponto, é obtida através do quociente entre a dissipação no ponto e a dissipação máxima existente no domínio. Limitou-se esta escala ao valor de 0,5 com o intuito de tornar mais perceptíveis, nas imagens mostradas, as zonas de maiores dissipações. As zonas onde ocorrem maiores dissipações plásticas apresentam-se com as cores mais quentes e as zonas com menores dissipações apresentam-se com as cores mais frias, sendo a cor azul-escuro representativa de ausência de dissipação.

Por forma a se poder visualizar se a solução convergiu satisfatoriamente, utilizou-se um programa que trata os dados fornecidos pelo programa **Sublim3d** e executa uma representação gráfica da convergência da solução em função do número de iterações. Na Figura 13 mostra-se um caso em que a solução converge satisfatoriamente.



**Figura 13** – Convergência da solução para situação túnel único  $C/D=1$   $\gamma D/c_{u,0}=2$ .

O programa **Sublim3d** assume que a convergência é satisfatória quando a variação da média de valores obtidos em dez iterações consecutivas é inferior ou igual à precisão introduzida pelo utilizador que, neste caso, é de 0,001%. Quando a solução não converge satisfatoriamente pode aumentar-se o limite de iterações. O programa **Sublim3d** calcula automaticamente o parâmetro de penalidade  $r$ , inicialmente introduzido. Infelizmente, essa escolha automática é baseada numa fórmula sem base teórica directa, podendo assim necessitar de ajustes manuais, para melhoria de rapidez de convergência. No entanto, o aumento de rapidez de convergência pode impor alguma deterioração na qualidade do resultado obtido.





## 6. ESTUDOS INICIAIS

Com o intuito de otimizar o mais possível as soluções obtidas neste trabalho, realizaram-se estudos prévios tendo em consideração o tamanho e forma da malha a utilizar.

Este estudo inicial foi apenas efectuado para o caso de túnel simples, assumindo-se que, fenómenos semelhantes ocorreriam para a situação de túnel duplo.

### 6.1.1. REFINAMENTO DE MALHA

Usualmente, as malhas devem ser refinadas em zonas chamadas críticas, isto é, zonas de mudança de secção, zonas de aplicação de forças, zonas onde ocorram grandes gradientes das variáveis em estudo, entre outras. Como tal, realizaram-se alguns cálculos, onde, para a mesma geometria, o mesmo carregamento e o mesmo critério de resistência, se fez variar o quociente entre a dimensão representativa dos elementos da malha  $S$ , em que  $S$  representa o lado dos quadriláteros da malha, e o diâmetro do túnel.

Na Figura 14 apresentam-se as soluções obtidas para o caso em que  $C/D=2$  e  $\gamma D/c_{u,0}=2$ . Como se observa, não existe grande diferença nos resultados para malhas com dimensão  $S/D \leq 0,04$ .

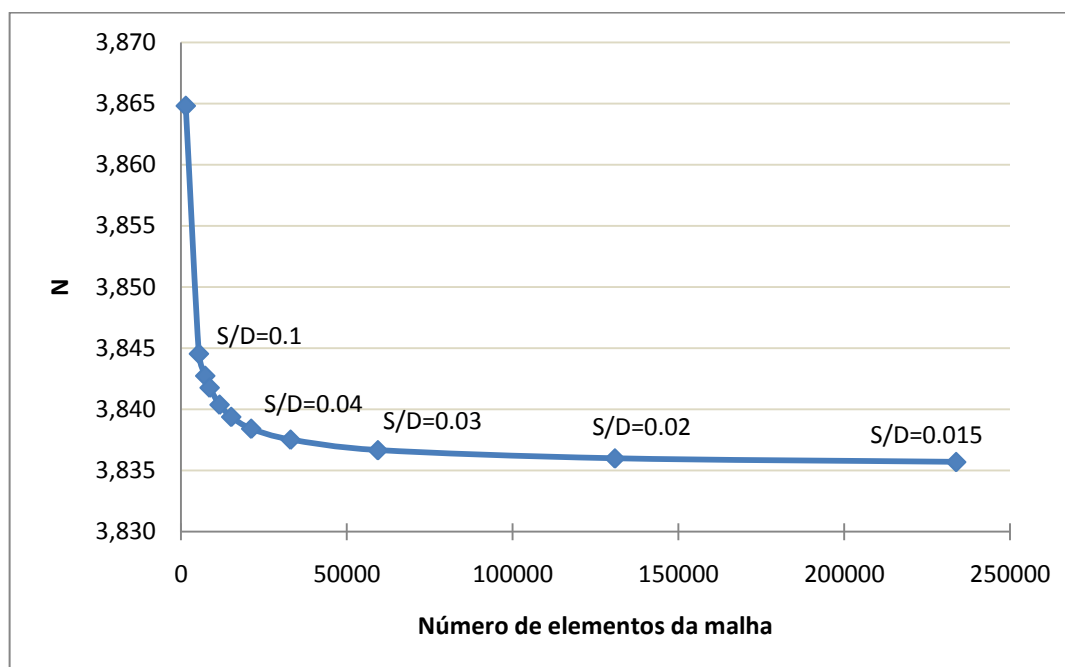
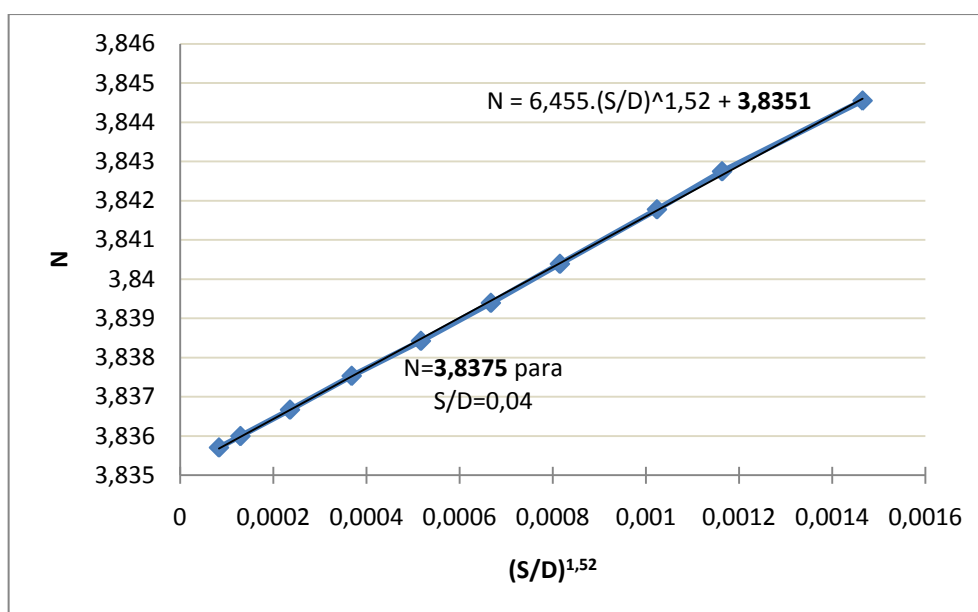


Figura 14 – Número de estabilidade em função do número de elementos.

Como se apresenta na Figura 15, o tratamento das soluções obtidas, para o caso referido, permitiu ver que os resultados se dispõem numa relação praticamente linear, entre o valor de  $N$  e o valor de  $S/D$  elevado ao expoente 1,52. Admitindo como válida esta relação para todos os valores de  $S/D$ , conclui-se que  $N$  tomaria o valor de 3,8351 quando o parâmetro  $S/D$  tendesse para zero, o que faria com que uma malha com dimensão  $S/D=0,04$  apresentasse um erro relacionado com a dimensão da malha de 0,06%, levando a concluir-se que a escolha de uma dimensão de malha  $S/D=0,04$  seja excelente para obtenção de bons resultados.



**Figura 15** – Solução óptima para o caso de túnel único  $C/D=2$  e  $\gamma D/c_{u,0}=2$ .

Com o intuito de validar a qualidade dos resultados para outros casos geométricos de carregamento, realizaram-se diversos cálculos para tamanhos de malha  $S/D=0,04$  e  $S/D=0,02$  e posteriormente, efectuou-se a comparação dos resultados obtidos. Na Tabela 1 apresentam-se os resultados obtidos para malhas com dimensão normalizada 0,02 e 0,04, respectivamente.

**Tabela 1** – Resultados obtidos usando uma malha com um lado de comprimento normalizado de 0,02 e 0,04.

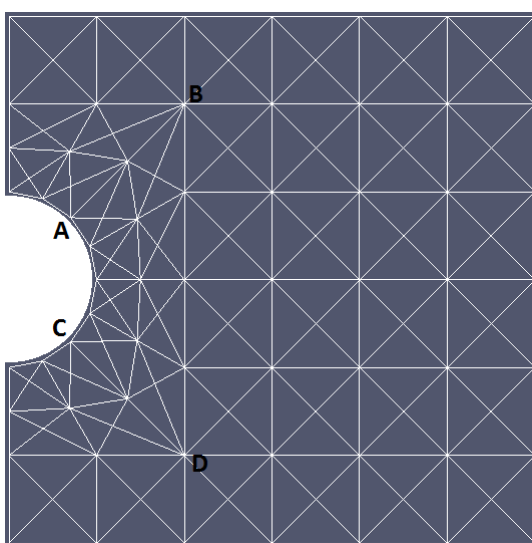
$\frac{C}{D}$	$\frac{S}{D}$	$N$					
		$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
0,5	0,02	1,6313	2,0243	2,3857	2,6804	2,8635	2,9418
	0,04	1,6330	2,0262	2,3882	2,6828	2,8654	2,9436
1	0,02	2,4405	2,7588	3,0231	3,2056	3,2917	3,2901
	0,04	2,4418	2,7600	3,0244	3,2067	3,2926	3,2911
2	0,02	3,4610	3,6843	3,8359	3,9059	3,8995	3,8303
	0,04	3,4632	3,6862	3,8374	3,9073	3,9009	3,8319
3	0,02	4,1336	4,3041	4,3986	4,4157	4,3648	4,2582
	0,04	4,1354	4,3056	4,3999	4,4170	4,3662	4,2598
4	0,02	4,6363	4,7733	4,8346	4,8220	4,7439	4,6137
	0,04	4,6375	4,7745	4,8370	4,8239	4,7460	4,6153
5	0,02	5,0375	5,1517	5,1916	5,1594	5,0641	4,9170
	0,04	5,0402	5,1544	5,1932	5,1612	5,0657	4,9191

Da comparação destes resultados, pode verificar-se que, recorrendo a uma malha com dimensão  $S/D=0,02$ , as soluções não exibem melhorias significativas em relação às obtidas com uma malha de dimensão  $S/D=0,04$ . Como tal, os restantes cálculos, tanto para a situação de túnel único como para a situação de túnel duplo, foram efectuados recorrendo a uma malha com uma dimensão  $S/D=0,04$ .

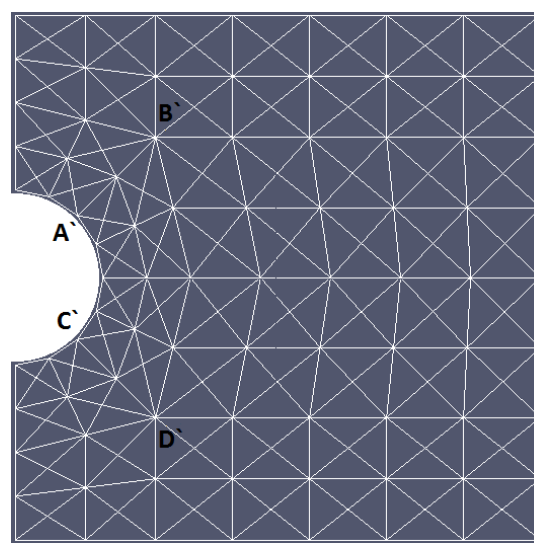
### 6.1.2. MELHORAMENTO DE MALHA

A obtenção de uma solução com uma boa precisão, necessita, em geral, que os elementos finitos em que o domínio é discretizado, tenham uma forma ideal próxima à sua forma natural, isto é, à forma que se considera no referencial local. No caso de elementos rectangulares, a precisão é óptima quando os lados são iguais e os ângulos internos são de  $90^\circ$  (malha quadrada). Esta precisão é, na maioria dos casos, diminuída quando os elementos quadrangulares têm uma forma alongada, ou seja, um quociente entre o comprimento dos lados grande ou quando os ângulos internos do elemento se aproximam de  $0^\circ$  ou de  $180^\circ$ . No entanto, se os elementos em que a relação entre lados é grande, estiverem situados fora de zonas onde os gradientes de deformação são altos, a precisão da solução pode não ser prejudicada. No caso de elementos triangulares a precisão é óptima quando os elementos têm um ângulo interno de  $90^\circ$  e os restantes de  $45^\circ$ . Nestes elementos a precisão é degradada quando os ângulos se aproximam de  $0$  ou  $180^\circ$  pois,

nesta situação os elementos tornam-se bastante distorcidos. Com o objectivo de melhorar a malha perante a possibilidade da existência de elementos ou muito alongados ou bastante distorcidos e, por consequência, otimizar a solução do problema proposto, efectuaram-se alguns cálculos para a mesma geometria, o mesmo carregamento, o mesmo valor de resistência e o mesmo tamanho de malha. Representa-se esquematicamente, na Figura 16 e na Figura 17, a forma como foi efectuada a melhoria da malha, fazendo-se variar o comprimento de  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ , mostrados na Figura 16, de forma a que  $\overline{A'B'}$  e  $\overline{C'D'}$  sejam 0,8 e 0,7 do comprimento de  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ . Há que realçar que não se efectuaram cálculos para  $\overline{A'B'}$  e  $\overline{C'D'}$  igual a 0,9 de  $\overline{AB}$  e  $\overline{CD}$ , devido a considerar-se que, visualmente, a malha não continha melhorias significativas.



**Figura 16** – Malha inicial de túnel único.



**Figura 17** – Malha melhorada de túnel único.

Este estudo realizou-se para uma malha com dimensões referidas no ponto anterior  $S/D=0,04$  e, portanto, as malhas apresentadas na Figura 16 e na Figura 17 são apenas ilustrativas do processo.

Nas tabelas abaixo mostram-se os resultados obtidos para uma malha melhorada onde  $\overline{A'B'} = \overline{C'D'} = 0,7\overline{AB} = 0,7\overline{CD}$ ,  $\overline{A'B'} = \overline{C'D'} = 0,8\overline{AB} = 0,8\overline{CD}$  e  $\overline{A'B'} = \overline{C'D'} = \overline{AB} = \overline{CD}$ , respectivamente.

**Tabela 2** – Resultados obtidos com malha melhorada em que  $\overline{A'B'} = 0,7 \overline{AB}$ .

$\frac{C}{D}$	$N$					
	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 5$
0,5	1,6340	2,0272	2,3879	2,6821	2,8662	2,9444
1	2,4428	2,7602	3,0241	3,2070	3,2935	3,2919
2	3,4628	3,6861	3,8380	3,9081	3,9016	3,8324
3	4,1352	4,3058	4,4005	4,4177	4,3667	4,2601
4	4,6375	4,7750	4,8362	4,8239	4,7456	4,6150
5	5,0388	5,1534	5,1932	5,1609	5,0656	4,9184

**Tabela 3** - Resultados obtidos com malha melhorada em que  $\overline{A'B'} = 0,8 \overline{AB}$ .

$\frac{C}{D}$	$N$					
	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 5$
0,5	1,6340	2,0268	2,3880	2,6823	2,8657	2,9440
1	2,4425	2,7600	3,0241	3,2067	3,2928	3,2914
2	3,4627	3,6860	3,8376	3,9075	3,9012	3,8320
3	4,1351	4,3055	4,4001	4,4174	4,3664	4,2598
4	4,6374	4,7746	4,8359	4,8231	4,7454	4,6147
5	5,0384	5,1530	5,1929	5,1608	5,0654	4,9190

**Tabela 4** – Resultados obtidos com malha em que  $\overline{A'B'} = \overline{AB}$ .

$\frac{C}{D}$	$N$					
	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 5$
0,5	1,6330	2,0262	2,3882	2,6828	2,8654	2,9436
1	2,4418	2,7600	3,0244	3,2067	3,2926	3,2911
2	3,4632	3,6862	3,8374	3,9073	3,9009	3,8319
3	4,1354	4,3056	4,3999	4,4170	4,3662	4,2278
4	4,6375	4,7745	4,8370	4,8239	4,7460	4,6153
5	5,0402	5,1544	5,1932	5,1612	5,0657	4,9191

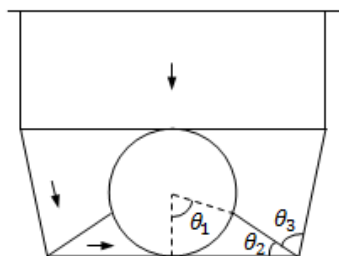
Como se pode observar nas tabelas acima, os resultados obtidos, para as diferentes configurações de malha, não apresentam um padrão constante, ou seja, para a mesma situação geometria não é possível definir qual a configuração de malha que leva à optimização da solução. Adicionalmente, os resultados obtidos, para as diferentes configurações de malha, não apresentam diferenças significativas, o que não permite estabelecer uma relação de causalidade efectiva entre a alteração da malha e a melhoria de resultados. Como tal, os restantes cálculos, tanto para a situação de túnel único como para a situação de túnel duplo, foram efectuados usando a configuração de malha  $\overline{A'B'} = \overline{C'D'} = \overline{AB} = \overline{CD}$ .

## 7. APRESENTAÇÃO DE RESULTADOS EXISTENTES

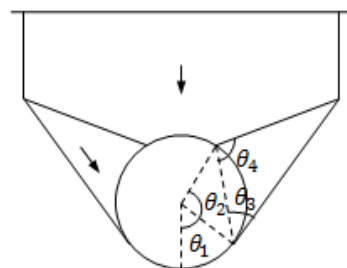
Neste ponto vão ser apresentados resultados para as duas situações geométricas distintas, a situação de túnel único e situação de túnel duplo. Esses resultados derivam da análise limite e de testes experimentais.

### 7.1. SITUAÇÃO DE TÚNEL ÚNICO

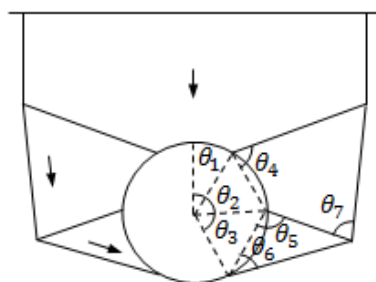
Sloan e Assadi (1993), no seu estudo, consideraram a estabilidade de túneis circulares, não revestidos, escavados em argilas onde a resistência destas varia linearmente com a profundidade. Esta situação é definida na Figura 3 onde a relação de  $P/D$  é grande. O solo é considerado normalmente consolidado em condições não drenadas, onde a resistência não drenada varia linearmente, como definido na equação [9]. As soluções foram obtidas com recurso ao método dos elementos finitos associado ao teorema cinemático da análise limite e com recurso a mecanismos de blocos rígidos, mecanismos estes que, têm como base os mecanismos descritos por Davis et al., (1980) com algumas diferenças na sua geometria. Com o fim de otimizar as soluções da região superior, foram usados três mecanismos de colapso, um com três variáveis (Figura 18), outro com quatro variáveis (Figura 19) e outro, mais complexo, com sete variáveis (Figura 20).



**Figura 18** – Mecanismo de três variáveis (Davis et al 1980).

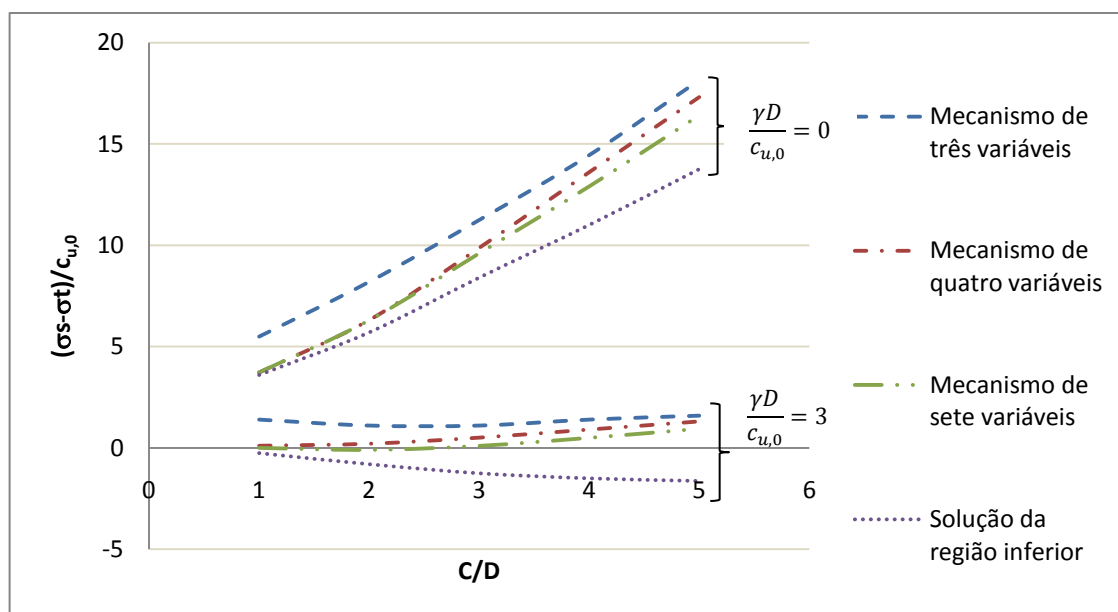


**Figura 19** – Mecanismo de quatro variáveis (Davis et al 1980).



**Figura 20** – Mecanismo de sete variáveis (Sloan e Assadi 1993).

Como se pode observar na Figura 21 o mecanismo que fornece soluções mais desfavoráveis (o que se aproxima mais da solução da região inferior) é o mecanismo com sete variáveis. Sendo assim, será este último o que se aproxima mais da solução exacta.



**Figura 21** – Representação esquemática das soluções obtidas por Sloan e Assadi (1993).



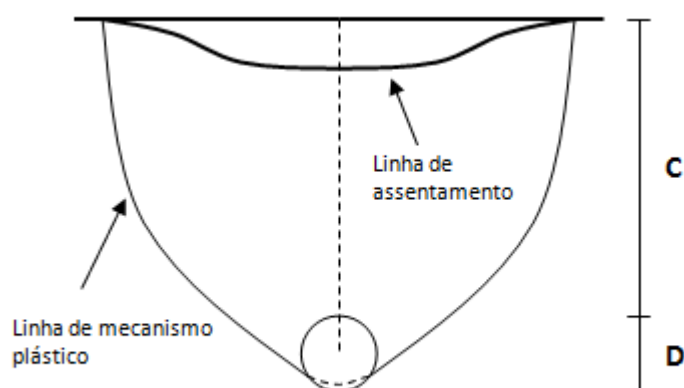
Na Tabela 5 mostram-se as soluções da região inferior, através de uma formulação de elementos finitos, e as da região superior, através do mecanismo de sete variáveis, para diferentes valores de  $C/D$ , de  $\rho D/c_{u,0}$  e de  $\gamma D/c_{u,0}$ .

**Tabela 5** – Resultados obtidos através do teorema cinemático.

$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$							
		$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$		$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$		$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$		$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	
1	0	2,27	<b>2,55</b>	1,08	<b>1,37</b>	-0,16	<b>0,15</b>	-1,60	<b>-1,12</b>
	0,25	2,73	<b>3,05</b>	1,60	<b>1,91</b>	0,40	<b>0,73</b>	-0,98	<b>-0,47</b>
	0,5	3,18	<b>3,53</b>	2,06	<b>2,41</b>	0,90	<b>1,26</b>	-0,38	<b>0,10</b>
	0,75	3,61	<b>4,01</b>	2,50	<b>2,89</b>	1,36	<b>1,76</b>	0,18	<b>0,62</b>
	1	4,04	<b>4,46</b>	2,93	<b>3,35</b>	1,80	<b>2,24</b>	0,70	<b>1,11</b>
2	0	3,25	<b>3,68</b>	0,97	<b>1,41</b>	-1,40	<b>-0,91</b>	-3,87	<b>-3,28</b>
	0,25	4,54	<b>5,10</b>		<b>2,89</b>		<b>0,65</b>	-2,20	<b>-1,61</b>
	0,5	5,79	<b>6,48</b>		<b>4,29</b>		<b>2,08</b>	-0,83	<b>-0,14</b>
	0,75	7,02	<b>7,85</b>		<b>5,66</b>		<b>3,46</b>	0,43	<b>1,26</b>
	1	8,24	<b>9,20</b>		<b>7,02</b>		<b>4,83</b>	1,68	<b>2,64</b>
3	0	3,78	<b>4,51</b>	0,47	<b>1,18</b>	-2,95	<b>-2,20</b>	-6,49	<b>-5,63</b>
	0,25	6,05	<b>7,11</b>		<b>3,85</b>		<b>0,56</b>	-3,76	<b>-2,72</b>
	0,5	8,22	<b>9,62</b>		<b>6,39</b>		<b>3,15</b>	-1,47	<b>-0,11</b>
	0,75	10,38	<b>12,10</b>		<b>8,88</b>		<b>5,66</b>	0,74	<b>2,42</b>
	1	12,52	<b>14,57</b>		<b>11,36</b>		<b>8,14</b>	2,92	<b>4,92</b>
4	0	4,30	<b>5,17</b>	-0,08	<b>0,80</b>	-4,57	<b>-3,61</b>	-9,11	<b>-8,08</b>
	0,25	7,67	<b>9,15</b>		<b>4,86</b>		<b>0,56</b>	-5,20	<b>-3,77</b>
	0,5	10,97	<b>12,99</b>		<b>8,73</b>		<b>4,46</b>	-1,78	<b>0,18</b>
	0,75	14,24	<b>16,80</b>		<b>12,56</b>		<b>8,30</b>	1,56	<b>4,03</b>
	1	17,50	<b>20,60</b>		<b>16,36</b>		<b>12,11</b>	4,84	<b>7,85</b>
5	0	4,65	<b>5,67</b>	-0,74	<b>0,30</b>	-6,20	<b>-5,10</b>	-11,80	<b>-10,60</b>
	0,25	9,30	<b>11,25</b>		<b>5,94</b>		<b>0,61</b>	-6,61	<b>-4,74</b>
	0,5	13,83	<b>16,59</b>		<b>11,30</b>		<b>6,01</b>	-1,99	<b>0,70</b>
	0,75	18,32	<b>21,89</b>		<b>16,62</b>		<b>11,33</b>	2,57	<b>6,04</b>
	1	22,80	<b>27,17</b>		<b>21,91</b>		<b>16,63</b>	7,10	<b>11,35</b>

As soluções escritas a negrito são soluções da região superior e as restantes da região inferior. Pode reparar-se que não estão escritas todas as soluções da região inferior para  $\gamma D/c_{u,0}=1$  e  $\gamma D/c_{u,0}=2$  podendo estas ser obtidas através da interpolação entre os valores de  $\gamma D/c_{u,0}=0$  e  $\gamma D/c_{u,0}=3$ .

Mais recentemente, Osman et al., (2006) também estudaram a construção de túneis circulares escavados em argilas onde a resistência não drenada do solo varia linearmente com a profundidade, conforme mencionado na equação [9]. No entanto, neste caso, em vez de preverem um mecanismo de rotura composto por blocos rígidos com movimentos descontínuos, consideram antes uma superfície de rotura plástica que define a zona de solo que sofreu movimento, movimento este que é contínuo em toda a superfície de plastificação sem que haja deslizamentos relativos na sua fronteira. Como se mostra na Figura 22, o movimento interno do solo, devido à escavação de um túnel, cria uma linha de assentamento superficial que se aproxima de uma curva de Gauss, como sugerido por Peck (1969). Admitindo esta deformação, é possível calcular a área de solo que sofreu assentamento e por consequência, calcular o trabalho realizado pelas forças exteriores, multiplicando a área de assentamento pela diferença de forças ( $\sigma_s - \sigma_t$ ), para os diferentes valores de  $C/D$ , de  $\gamma D/c_{u,0}$  e de  $pD/c_{u,0}$ .



**Figura 22** – Mecanismo de colapso plástico para a situação de túnel único proposto por Osman et al (2006).

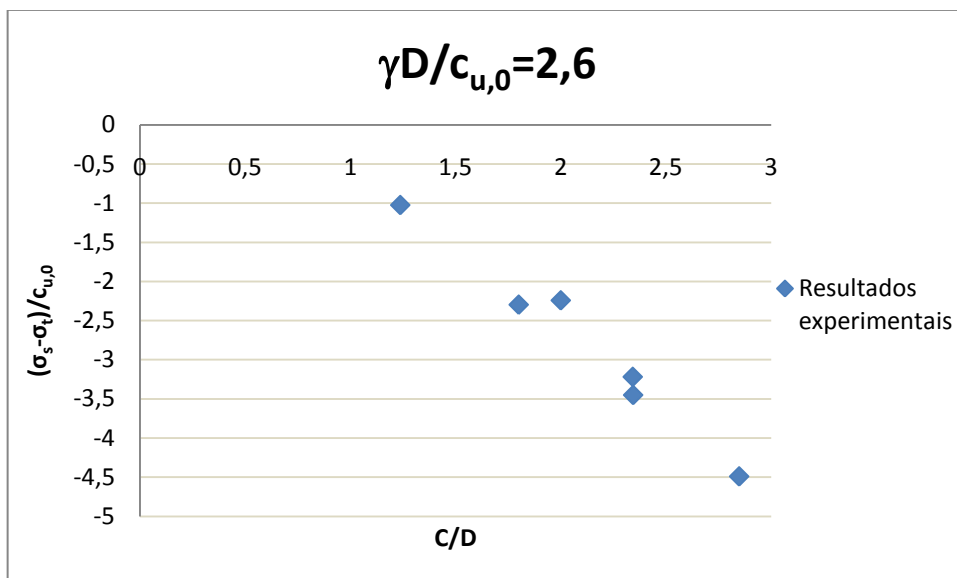
Na Tabela 6 apresentam-se a colecta das melhores soluções obtidas anteriormente, onde as soluções escritas a negrito são as soluções obtidas por Osman et al (2006) e as restantes obtidas por Sloan e Assadi (1993).

**Tabela 6** – Optimização de soluções da região superior obtidos por Sloan e Assadi (1993) e Osman et al (2006).

$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$			
		$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$
1	0	2,55	1,37	0,15	-1,12
	0,25	3,05	1,91	0,73	-0,47
	0,5	3,53	2,41	1,26	0,1
	0,75	4,01	2,89	1,76	0,62
	1	4,46	3,35	2,24	1,11
2	0	3,68	1,41	-0,91	-3,28
	0,25	5,1	2,89	0,65	-1,61
	0,5	6,48	4,29	2,08	-0,14
	0,75	7,85	5,66	3,46	1,26
	1	9,2	7,02	4,83	2,64
3	0	4,51	1,18	-2,2	-5,63
	0,25	7,11	3,85	0,56	-2,72
	0,5	9,62	6,39	3,15	-0,11
	0,75	12,1	8,88	5,66	2,42
	1	14,57	11,34	8,14	4,92
4	0	5,17	0,8	-3,61	-8,08
	0,25	<b>9,09</b>	4,86	0,56	-3,77
	0,5	<b>12,91</b>	8,71	4,46	0,18
	0,75	<b>16,72</b>	<b>12,53</b>	8,3	4,03
	1	<b>20,52</b>	<b>16,34</b>	12,11	7,85
5	0	5,67	0,3	-5,3	-10,6
	0,25	<b>11,02</b>	<b>5,8</b>	<b>0,58</b>	-4,74
	0,5	<b>16,26</b>	<b>11,06</b>	<b>5,85</b>	<b>0,64</b>
	0,75	<b>21,5</b>	<b>16,3</b>	<b>11,09</b>	<b>5,9</b>
	1	<b>26,72</b>	<b>21,53</b>	<b>16,33</b>	<b>11,15</b>

Note-se que, apenas para valores de C/D elevado, as soluções obtidas pelo mecanismo contínuo são melhores do que as obtidas pelo mecanismo de blocos rígidos.

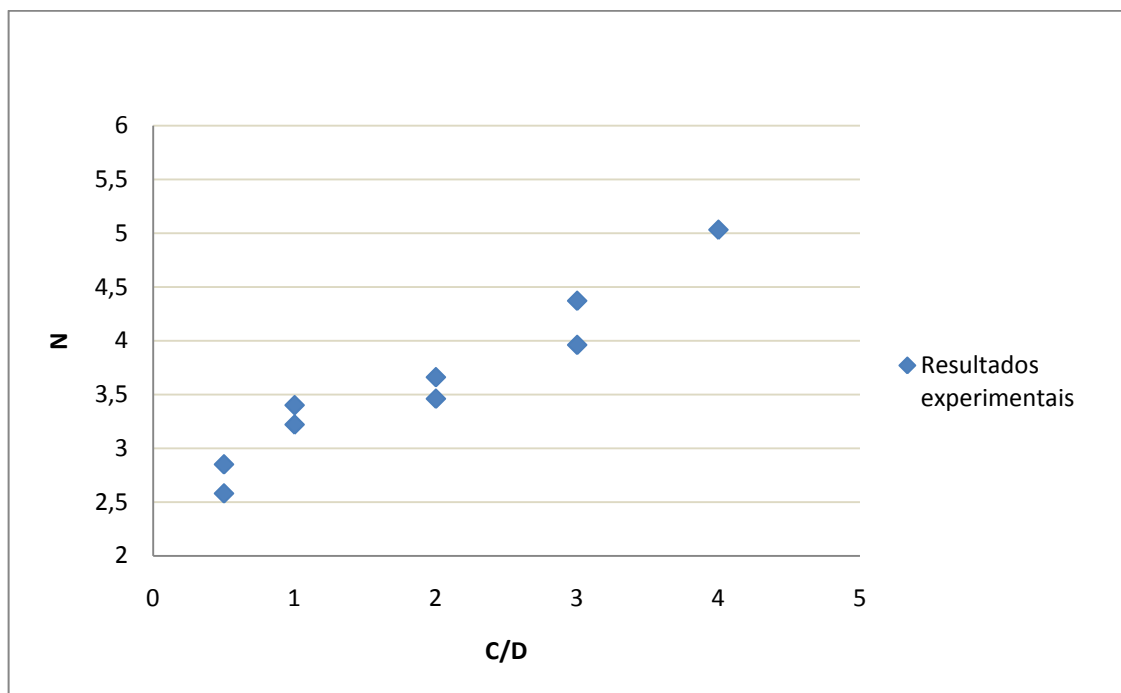
Mair (1979), na sua tese de doutoramento, efectuou testes experimentais numa centrífuga, para uma situação de túnel único respeitando a relação de  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$  e fazendo variar a altura de recobrimento do túnel segundo o parâmetro  $C/D$ . Na Figura 23, pode observar-se os resultados obtidos por este autor.



**Figura 23** – Resultados experimentais obtidos por Mair (1979) para  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .

Há que realçar que, devido a não se ter tido acesso aos resultados experimentais obtidos por Mair (1979), estes foram retirados directamente de um artigo escrito por Sloan e Assadi (1993) e como tal podem conter pequenos erros de leitura.

Posteriormente, Wu e Lee (2003) realizaram também uma série de testes experimentais numa centrífugadora para a situação de túnel único. Os testes foram executados num túnel modelo embebido a uma altura de recobrimento  $C/D$  variável. Foram executados nove testes para estes protótipos, dois para  $\frac{C}{D} = \{0,5; 1; 2; 3\}$  e um para  $\frac{C}{D} = 4$ . São mostrados na Figura 24 os resultados experimentais obtidos por estes autores.



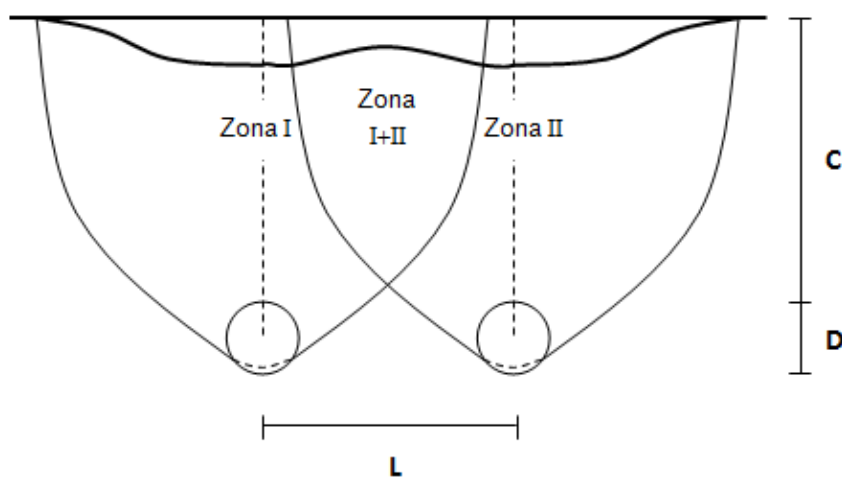
**Figura 24** – Resultados experimentais obtidos para o caso túnel único obtidos por Wu e Lee (2003).

Como não está explícito qual o valor de  $\gamma D/c_{u,0}$ , assumiu-se que este parâmetro tomava o valor de 2,6, pois estes autores fazem uma comparação com os resultados obtidos por Mair (1979) que considera a relação  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .

## 7.2. SITUAÇÃO DE TÚNEL DUPLO

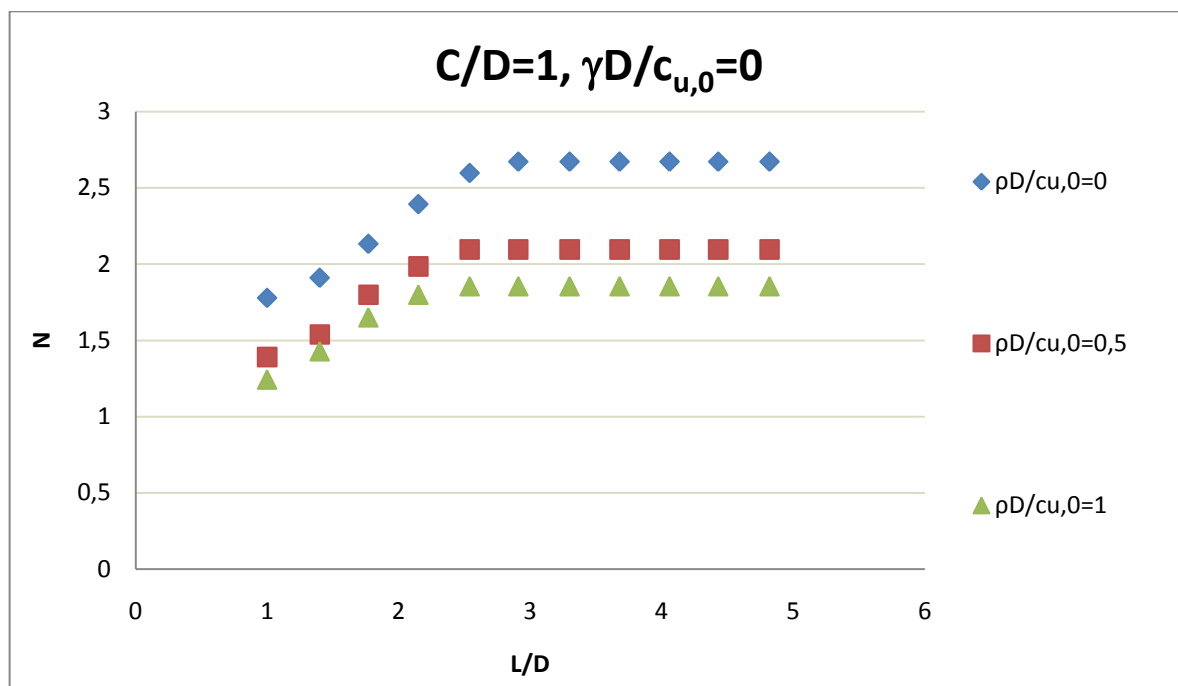
Osman (2010) considera a situação de execução de dois túneis em argilas em condições não drenadas. De forma semelhante à situação de execução de túnel simples, estes túneis, de diâmetro  $D$ , são executados a uma altura de recobrimento  $C$  e a uma distância entre eixos de túneis  $L$ . A resistência não drenada do solo varia linearmente com a profundidade segundo o critério de Tresca. Os túneis são sujeitos a uma sobrecarga superficial  $\sigma_s$  e a uma tensão radial no seu interior  $\sigma_r$ .

As soluções da região superior foram obtidas com recurso a mecanismos de deformação plástica onde o solo se deforma continuamente, criando uma zona de deformação plástica sem deslocamentos diferenciais na sua fronteira. A deformação do solo, devido à construção dos túneis, cria uma linha de assentamento superficial que é a composição de duas linhas de assentamento, cada uma correspondente ao assentamento para um só túnel. Sabendo que o volume de assentamento à superfície é igual ao volume de assentamento total, é possível calcular o volume de assentamento superficial e fazendo o produto pelos carregamentos envolvidos no problema, é possível conhecer o trabalho das forças exteriores. Como se mostra na Figura 25, existe uma zona de solo (zona I+II) que é afectada pelos dois túneis. Esta área depende, entre outros factores, do afastamento  $L$  entre os dois túneis, podendo não existir, caso os túneis sejam executados a grande distância entre si.

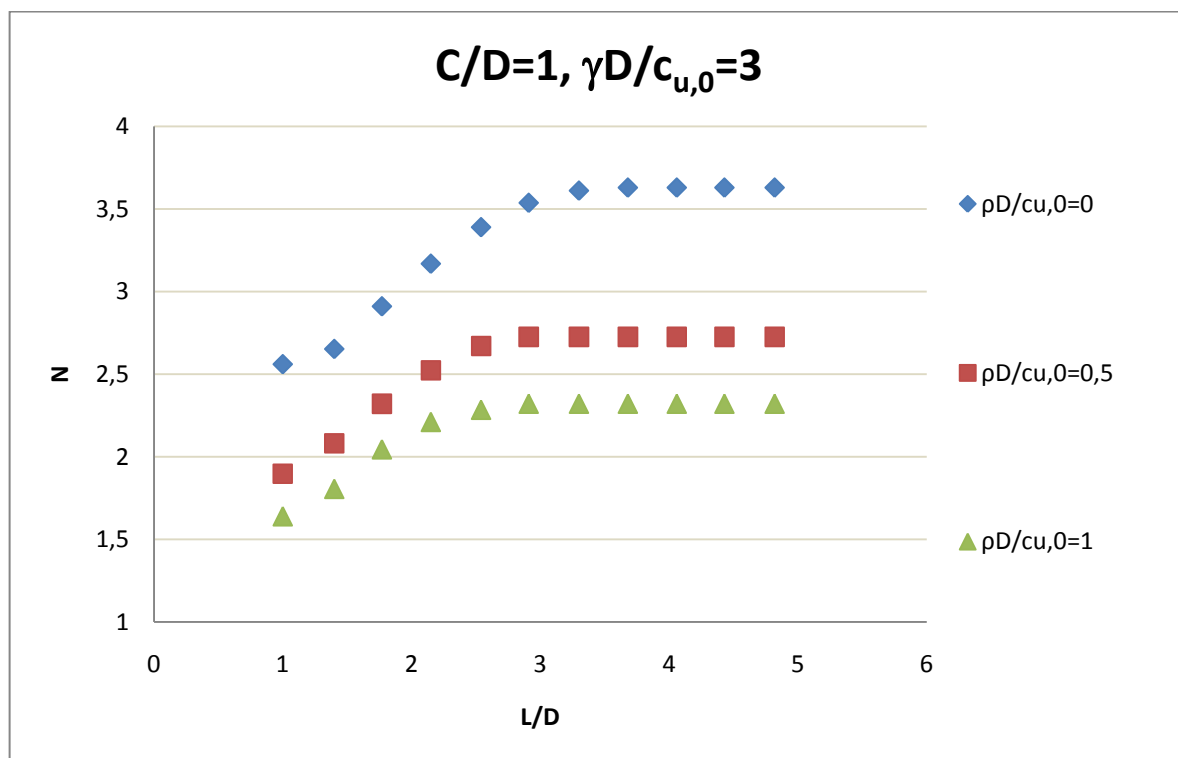


**Figura 25** – Mecanismo de colapso plástico para a situação de túnel duplo Osman (2010).

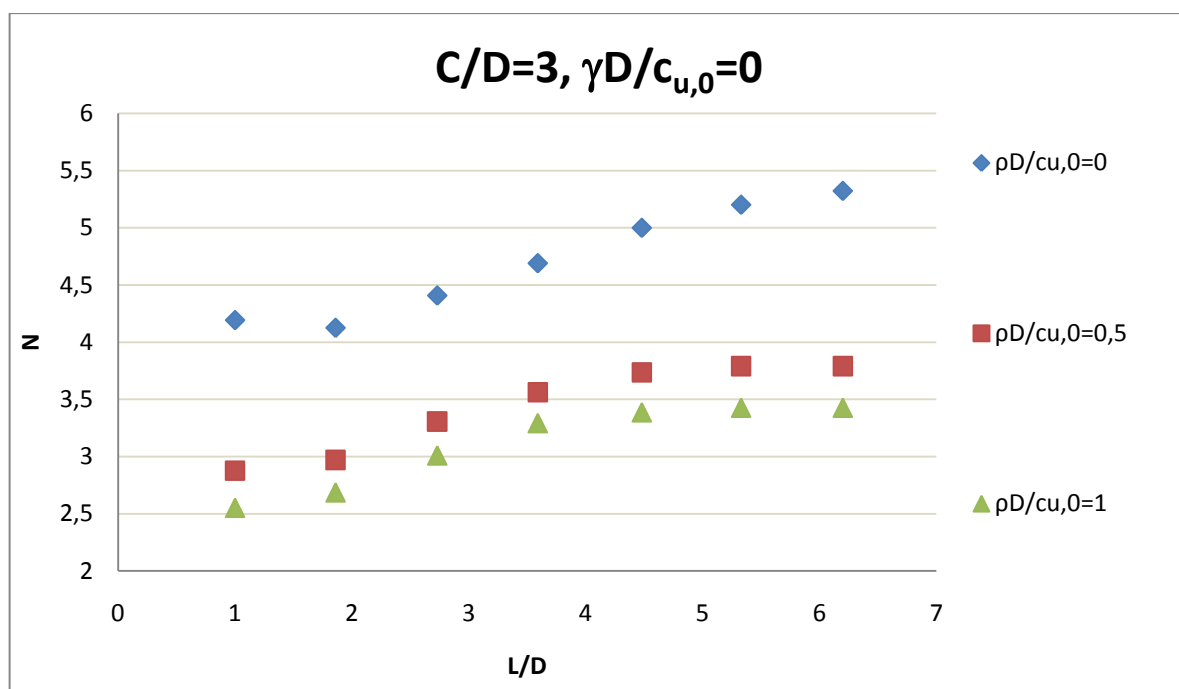
Da Figura 26 à Figura 31 mostram-se, em números de estabilidade  $N$ , os resultados obtidos por Osman (2010) em função de  $L/D$ , para diferentes valores de  $C/D$  e de  $\gamma D/c_{u,0}$ , com recurso ao mecanismo mostrado na Figura 25.



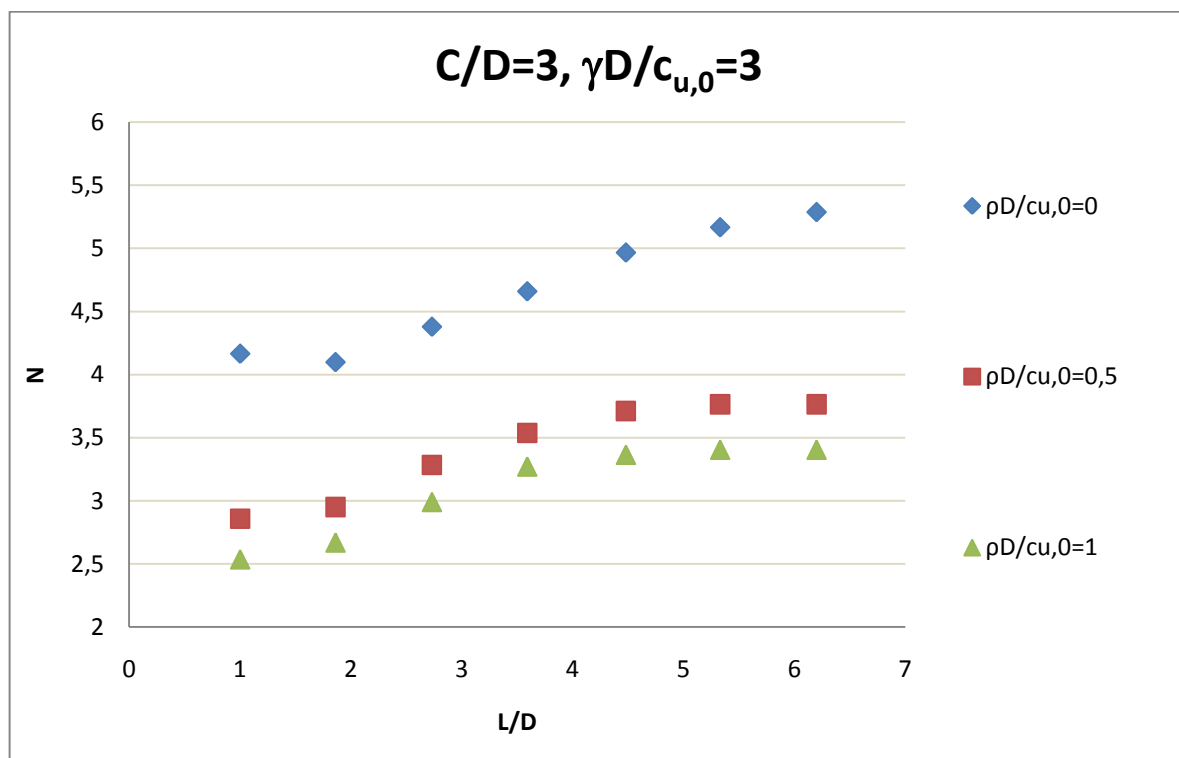
**Figura 26** – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ ,  $C/D=1$ ) Osman (2010).



**Figura 27** – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ ,  $C/D=1$ ) Osman (2010).

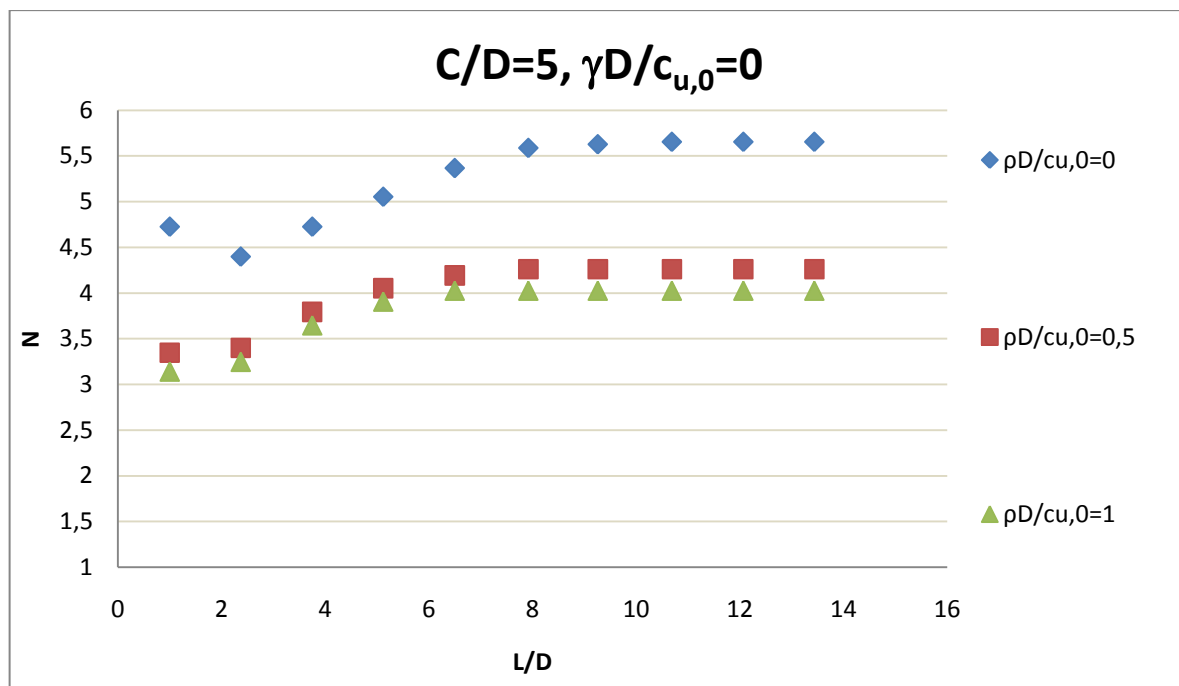


**Figura 28** – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ ,  $C/D=3$ ) Osman (2010).

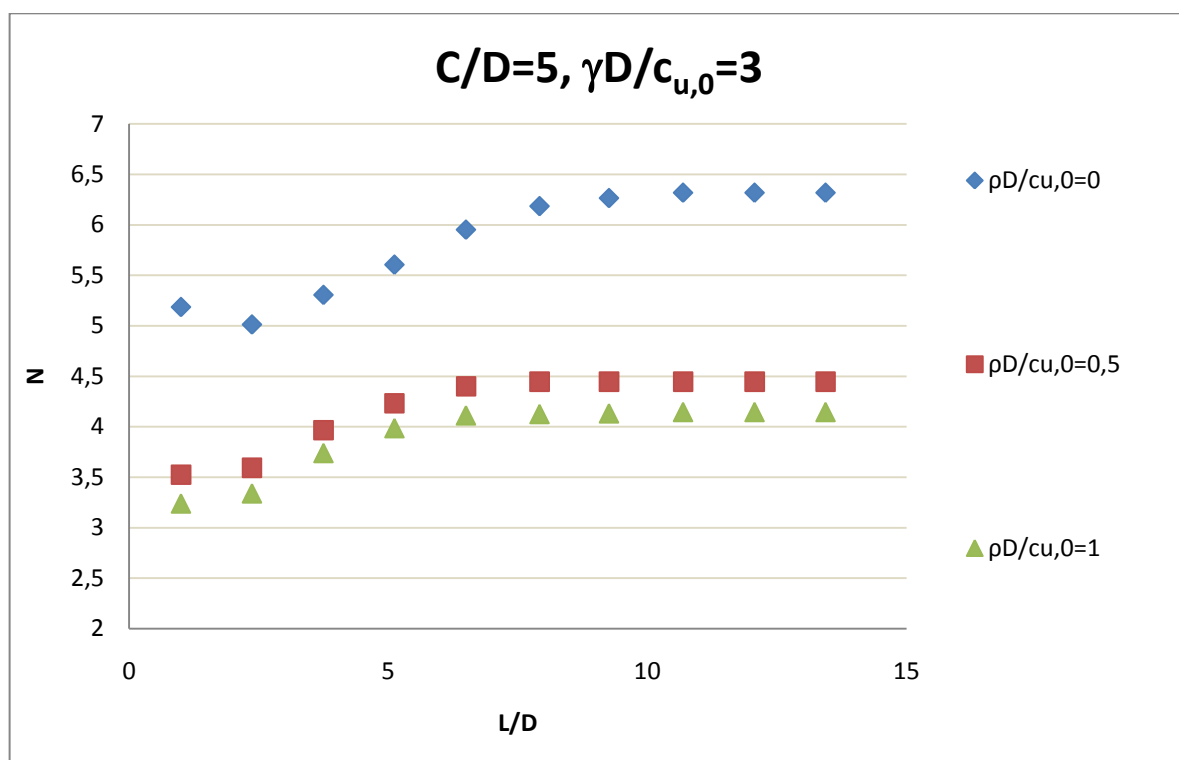


**Figura 29** – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ ,  $C/D=3$ ) Osman (2010).





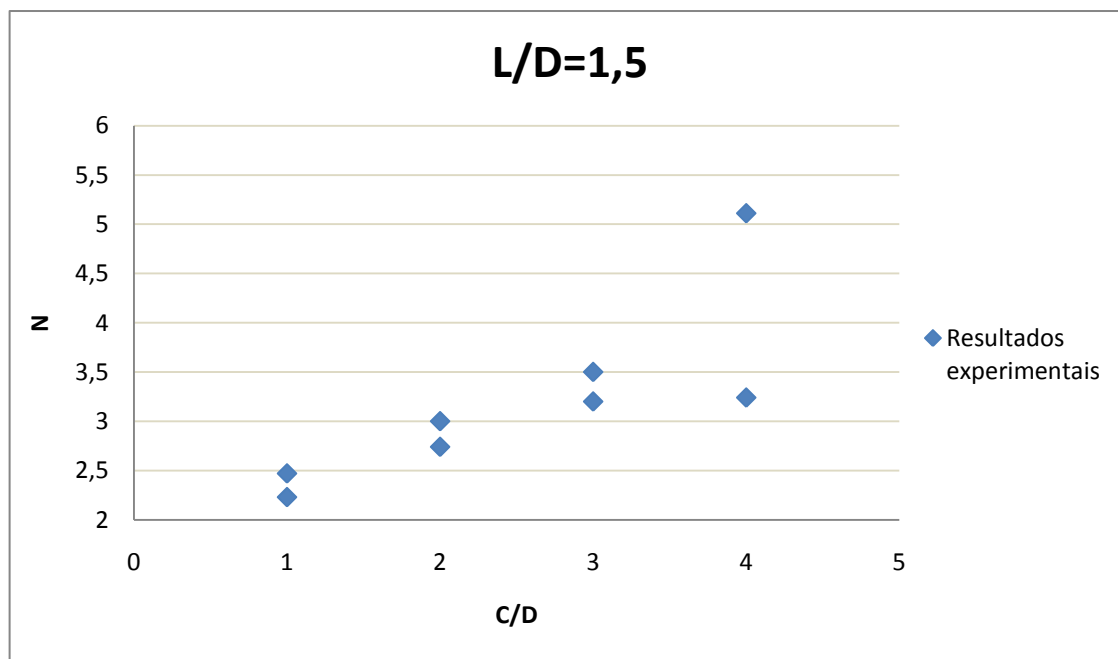
**Figura 30** – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$ ,  $C/D=5$ ) Osman (2010).



**Figura 31** – Soluções da região superior obtidas para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$ ,  $C/D=5$ ) Osman (2010).

Como não foi possível ter acesso aos resultados obtidos por Osman (2010), os resultados mostrados foram retirados directamente dos gráficos, podendo assim conter pequenos erros de leitura.

Wu e Lee (2003), tal como mencionado na situação de túnel único, realizaram testes experimentais para a situação de túnel duplo. Efectuaram dez testes, dos quais oito vão ser referenciados neste trabalho. Os dois restantes não se consideraram representativos, devido a ser apenas um teste para  $L/D=2$  e outro para  $L/D=3$ . Destes oito testes, foram efectuados dois para cada valor de  $\frac{C}{D} = \{1,2,3,4\}$  onde, para todos, o valor do afastamento entre os eixos dos túneis é dado por  $L/D=1,5$ . Na Figura 32 pode observar-se os resultados experimentais obtidos por estes autores



**Figura 32** – Resultados experimentais obtidos para a situação de túnel duplo para  $L/D=1,5$  Wu e Lee (2003).

## 8. APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS NO PRESENTE ESTUDO

### 8.1. SITUAÇÃO TÚNEL ÚNICO

Como foi mencionado, analisou-se o caso de um túnel circular executado em argilas, considerando o critério de Tresca, onde a resistência não drenada varia linearmente com a profundidade, conforme mencionado na equação [9].

A modelação da resistência do solo é feita, recorrendo como é hábito, ao critério de Tresca clássico representado na Figura 33. A utilização do critério de Tresca considera que são possíveis estados de tracção no solo. Como a resistência a estes estados é, a existir, muito baixa, a sua utilização poderá conduzir à sobrevalorização da estabilidade das estruturas geotécnicas, como se pode ver em Drucker (1953) no caso do problema do talude vertical ou no caso de maciços sustentados por contenções flexíveis referidos em Antão et al. (2008). No entanto, é possível reescrever o critério, de forma a que não seja contemplada a possibilidade de existência de tracção. A este critério é comum chamar-se o critério de Tresca com truncatura à tracção e é representado na Figura 34.

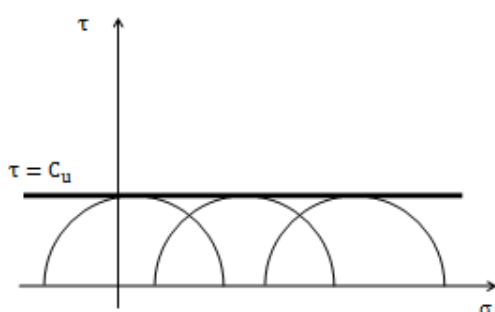


Figura 33 – Critério de Tresca clássico.

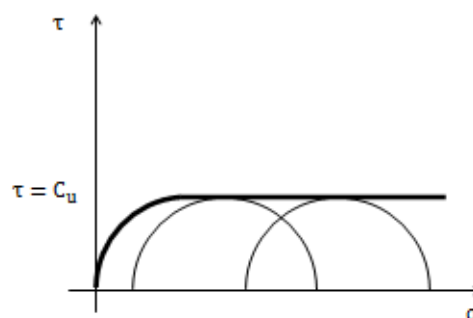
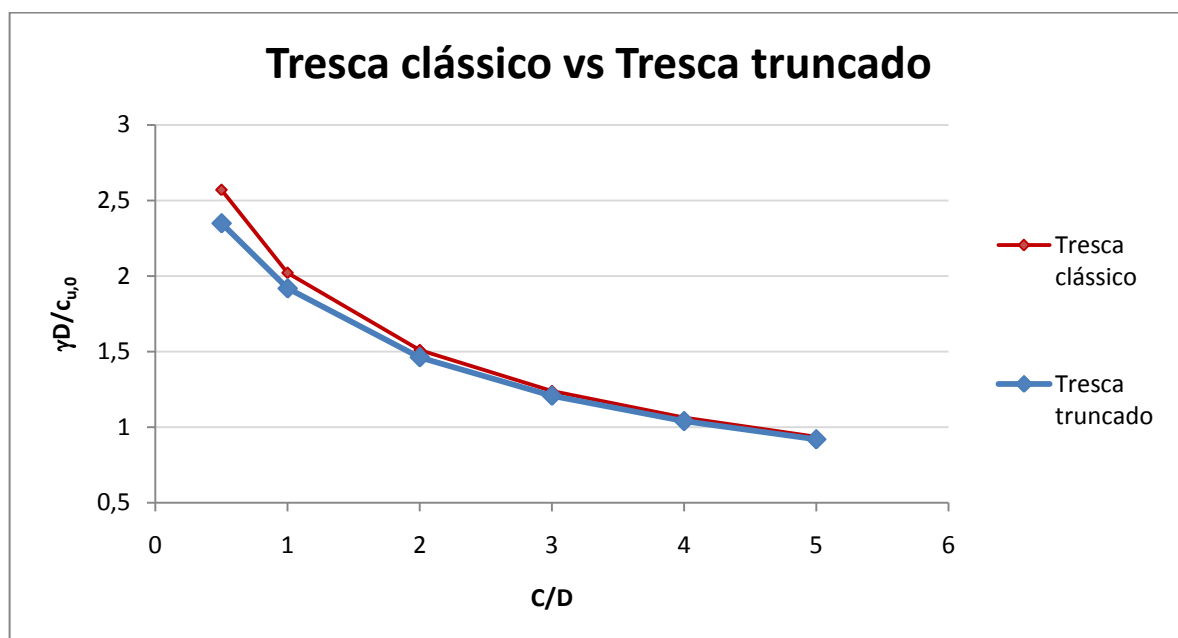


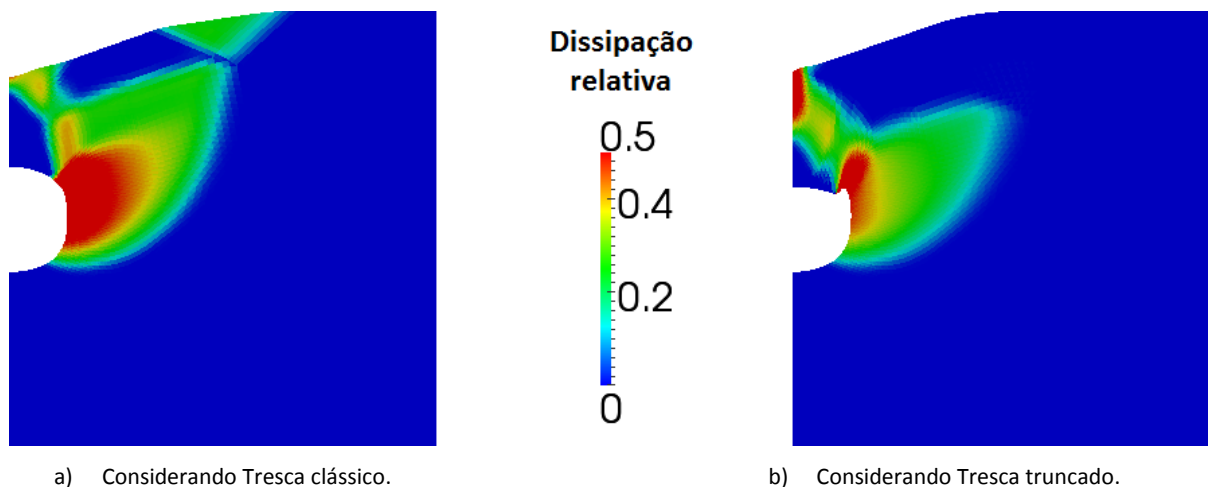
Figura 34 – Critério de Tresca truncado.

Com o fim de perceber se poderia haver alguma diferença em considerar, para a resistência não drenada do solo, o critério de Tresca clássico ou o critério de Tresca truncado à tracção, foram efectuados alguns cálculos, para diferentes profundidades de escavação. Nestes cálculos tinha-se como incógnita o valor do parâmetro adimensional  $\gamma D/c_{u,0}$  para o qual ocorria o colapso do túnel. Este cálculo permitiu determinar qual a relação  $\gamma D/c_{u,0}$  a partir da qual um túnel não carregado à superfície precisa de sustentação. Como se pode verificar na Figura 35, existe alguma diferença em considerar para a resistência do solo os diferentes critérios, sendo a solução obtida considerando o critério de Tresca truncado inferior à solução obtida considerando o critério de Tresca clássico. Esta diferença é mais notável para alturas de recobrimento pequenas e vai diminuindo gradualmente à medida que as alturas de recobrimento vão aumentando.

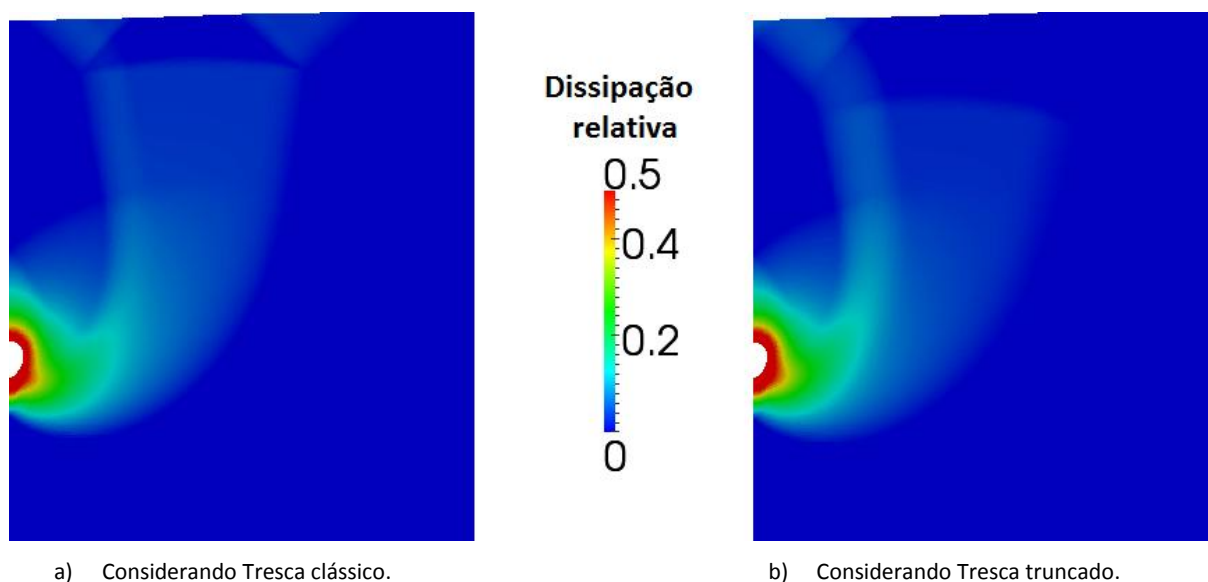


**Figura 35** – Comparação entre critério de Tresca clássico e truncado para o caso de túnel único.

De seguida, mostra-se na Figura 36 e na Figura 37 campos de dissipações para diferentes valores de  $C/D$ , considerando para a resistência do solo os dois critérios mencionados.



**Figura 36** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único considerando diferentes critérios de resistência para  $C/D=0,5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ .



**Figura 37** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único considerando diferentes critérios de resistência para  $C/D=5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ .

Como se pode observar na Figura 37, a) e b), existe alguma diferença no campo de dissipações considerando para a resistência do solo o critério de Tresca clássico ou o critério de Tresca truncado, sendo esta diferença muito mais notável no caso em que  $C/D=0,5$ .

Assim, decidiu-se efectuar alguns cálculos para diferentes configurações geométricas e diferentes pesos volúmicos de solo, considerando o critério de Tresca clássico e o critério de Tresca truncado, tendo se, posteriormente, comparado os resultados obtidos. Na Tabela 7 e na Tabela 8 mostram-se os resultados obtidos, considerando para a resistência do solo o critério de Tresca clássico e truncado, respectivamente.

**Tabela 7** – Resultados em N segundo o critério de Tresca Clássico para  $\rho D/c_{u,0}=0$  (Sublim3d).

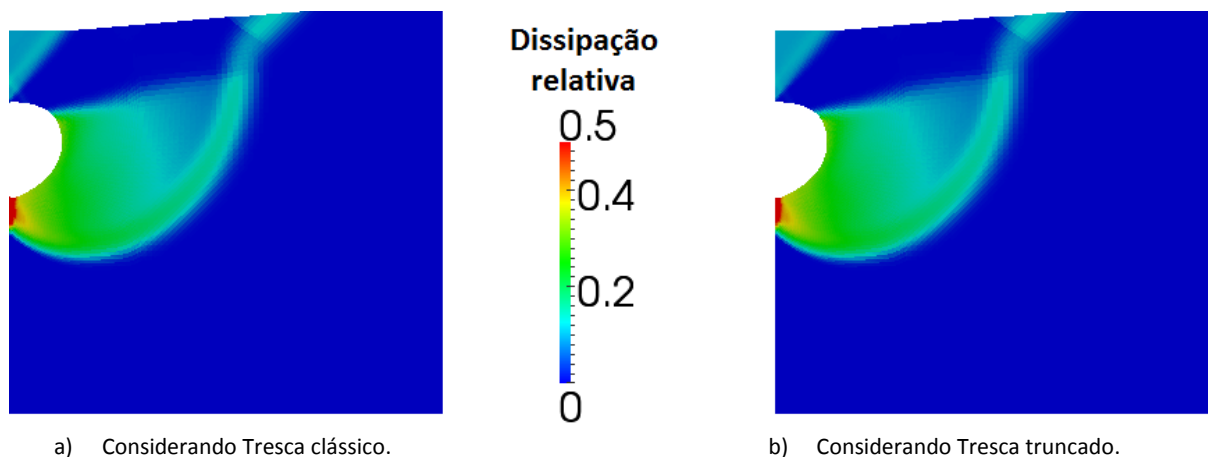
$\frac{C}{D}$	$N$					
	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
0,5	1,63	2,03	2,39	2,68	2,87	2,94
1	2,44	2,76	3,02	3,21	3,29	3,29
2	3,46	3,69	3,84	3,91	3,90	3,83
3	4,14	4,31	4,40	4,42	4,37	4,26
4	4,64	4,77	4,84	4,82	4,75	4,62
5	5,04	5,15	5,19	5,16	5,07	4,92

**Tabela 8** – Resultados em N segundo o critério de Tresca Truncado para  $\rho D/c_{u,0}=0$  (Sublim3d).

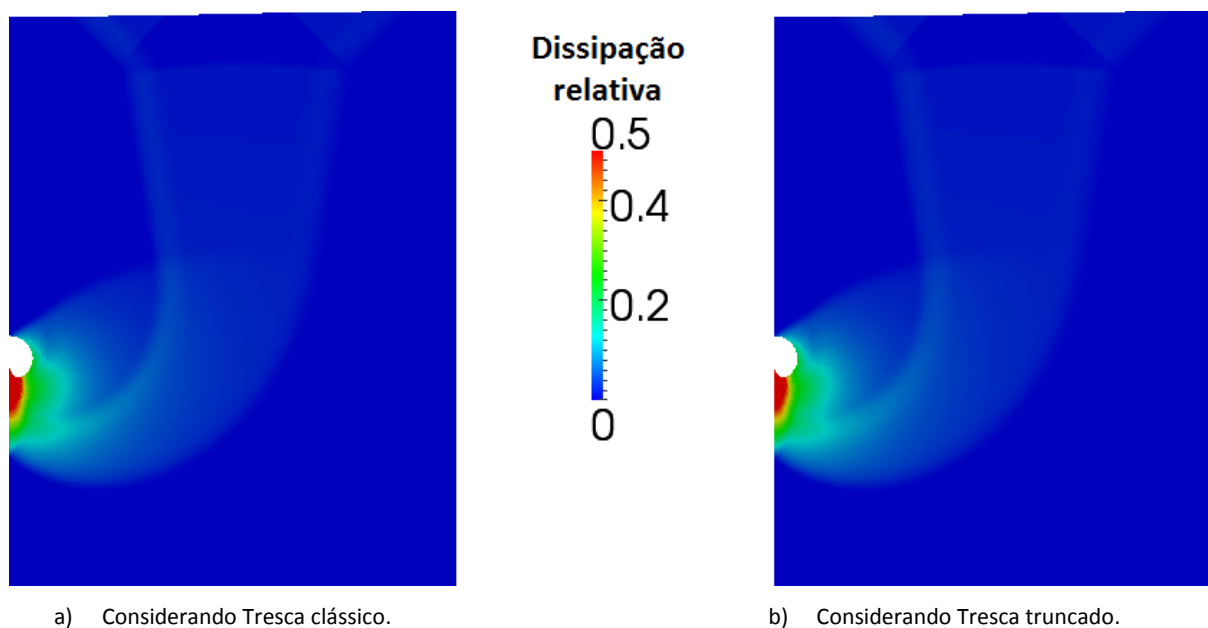
$\frac{C}{D}$	$N$					
	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
0,5	1,63	2,03	2,39	2,68	2,87	2,94
1	2,45	2,77	3,03	3,21	3,29	3,29
2	3,46	3,69	3,84	3,91	3,90	3,83
3	4,14	4,31	4,40	4,42	4,37	4,26
4	4,64	4,77	4,84	4,82	4,75	4,61
5	5,04	5,15	5,19	5,16	5,07	4,92

Como se pode observar na Tabela 7 e na Tabela 8, alguns dos resultados obtidos, considerando para a resistência do solo o critério de Tresca truncado, são um pouco superiores aos resultados obtidos, considerando para a resistência do solo o critério de Tresca clássico.

De seguida, mostra-se na Figura 38 e na Figura 39 o campo de dissipações resultantes dos cálculos efectuados, considerando para a resistência do solo o critério de Tresca clássico e o critério de Tresca truncado, para diferentes alturas de recobrimento  $C/D$ .



**Figura 38** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único considerando diferentes critérios de resistência para  $C/D=0,5$ ,  $\gamma D/c_{u,0}=5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ .



**Figura 39** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único considerando diferentes critérios de resistência para  $C/D=5$ ,  $\gamma D/c_{u,0}=5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ .

Como se pode observar na Figura 38 e na Figura 39, a) e b), não existe diferença significativa no campo de dissipações, considerando os diferentes critérios já mencionados.

Tendo em conta que, as diferenças entre os resultados obtidos e as diferenças entre os campos de dissipações correspondentes não são significativas, os restantes cálculos foram efectuados considerando para a resistência do solo o critério de Tresca clássico, tanto para a situação de túnel único como para a situação de túnel duplo.

Tomada a decisão relativamente à escolha do critério a usar para a modelação da resistência não drenada do solo, os parâmetros cuja influência vai ser estudada são  $\gamma D/c_{u,0}$ ,  $C/D$  e  $pD/c_{u,0}$ . Fica então por conhecer a relação de tensões  $(\sigma_s - \sigma_i)/c_{u,0}$  para o qual o túnel deixa de ser estável.

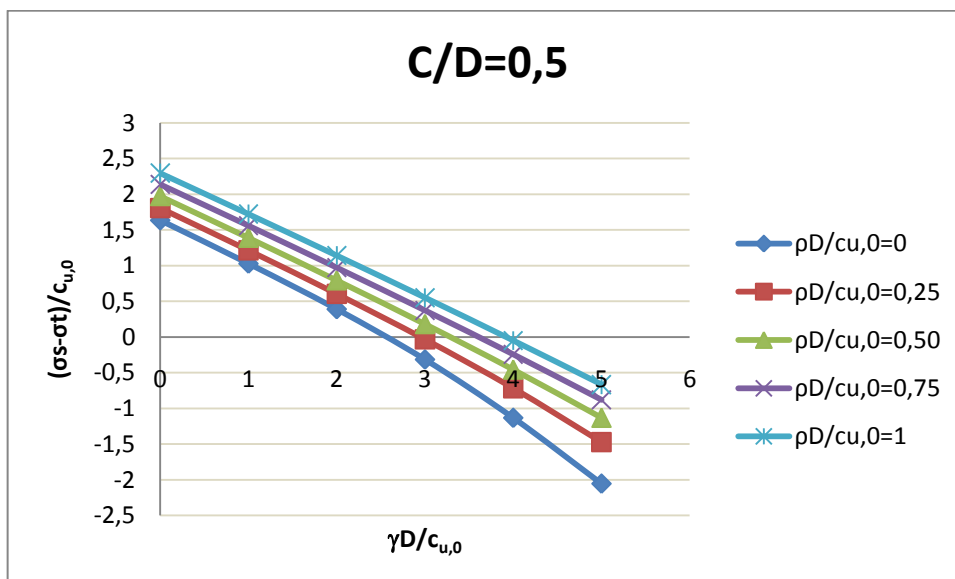


Deste modo, são mostrados na Tabela 9 os resultados obtidos para a situação de túnel simples.

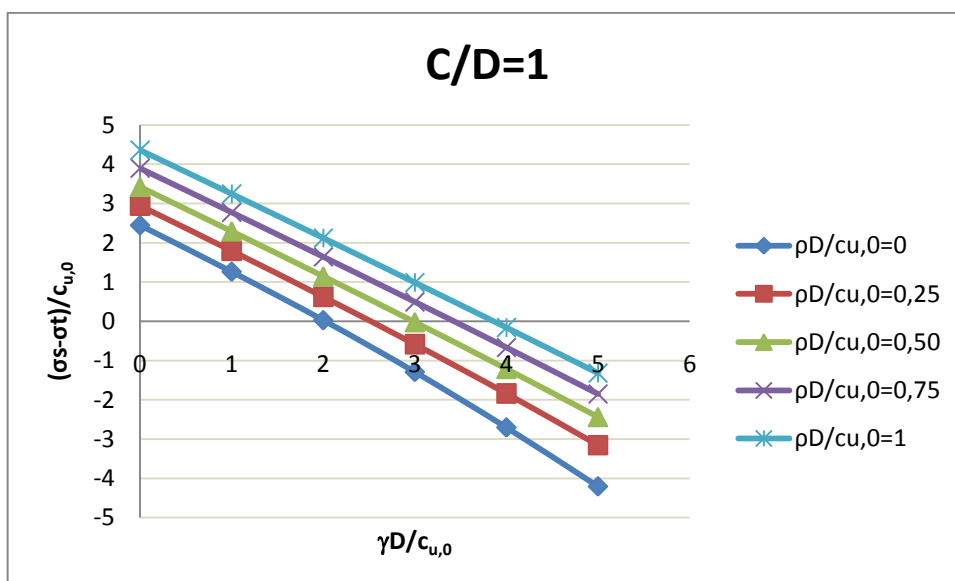
**Tabela 9** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel simples.

$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
		$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
	0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
	0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
	0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
	1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
	0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
	0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
	0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
	1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
	0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
	0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
	0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
	1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
3	0	4,14	0,81	-2,60	-6,08	-9,63	-13,27
	0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
	0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
	0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
	1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
4	0	4,64	0,27	-4,16	-8,68	-13,25	-17,88
	0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
	0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
	0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
	1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
5	0	5,04	-0,35	-5,81	-11,34	-16,93	-22,58
	0,25	10,13	4,85	-0,45	-5,79	-11,16	-16,55
	0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
	0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
	1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34

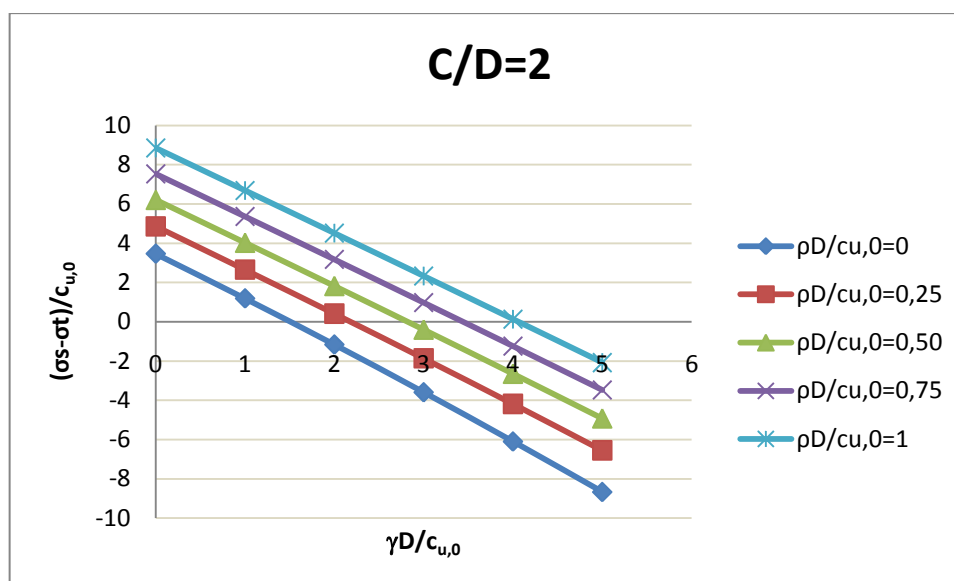
Da Figura 40 à Figura 43 mostram-se os resultados obtidos no presente estudo, na forma  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  em função do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$ , para os diferentes valores de  $C/D$ .



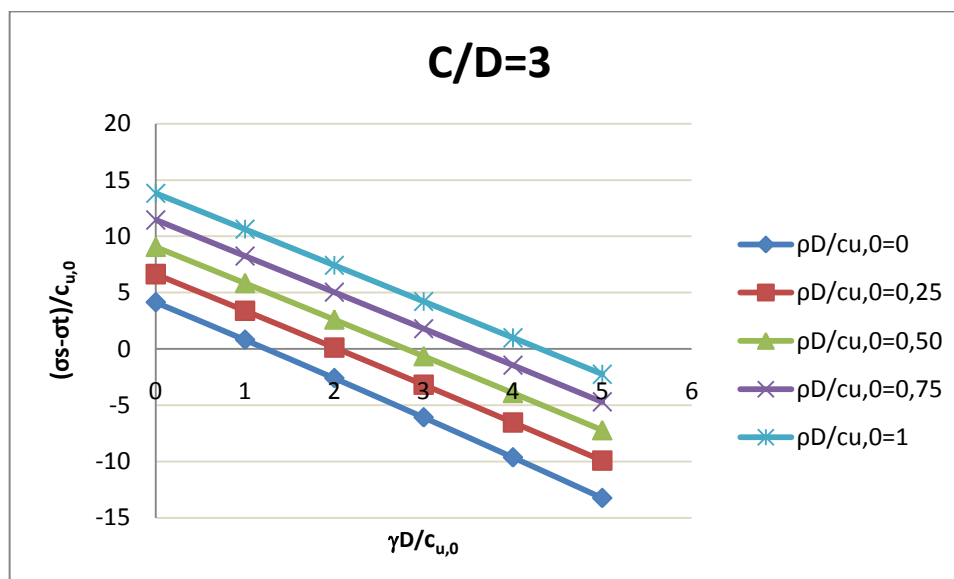
**Figura 40** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único  $C/D=0,5$ .



**Figura 41** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único  $C/D=1$ .



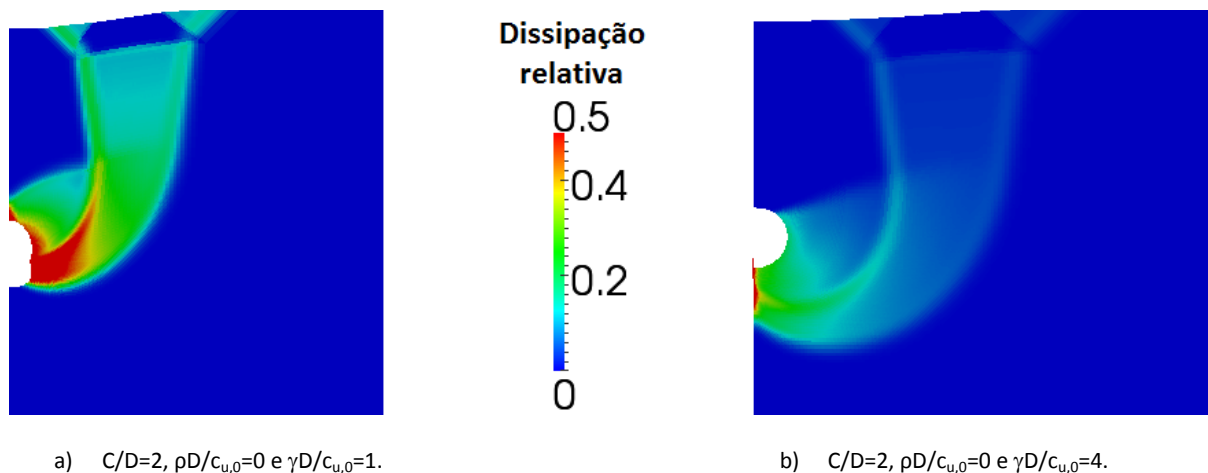
**Figura 42** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único C/D=2.



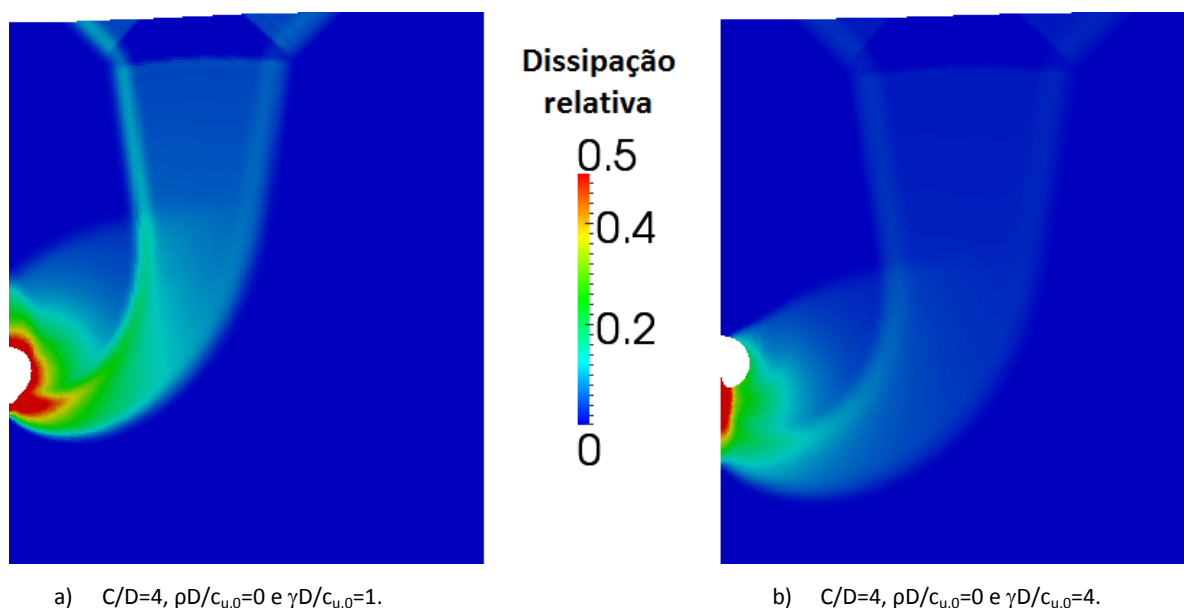
**Figura 43** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único C/D=3.

Como se pode observar através das figuras apresentadas anteriormente, o parâmetro  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  diminui consistentemente com o aumento do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$ . Há que realçar que, para  $C/D > 3$ , as linhas que unem pontos de igual valor de  $\rho D/c_{u,0}$ , são paralelas entre si e apresentam comportamento similar ao das curvas obtidas para  $C/D \leq 3$ ; desta forma não se achou necessário apresentá-las. No caso das figuras apresentadas constata-se que é este o comportamento geral, excepto para os casos em que  $\rho D/c_{u,0} = 0$ . Isto indica simultaneamente, que a diminuição do parâmetro  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é directamente proporcional ao aumento de  $\gamma D/c_{u,0}$ , excepto para o conjunto de valores referidos anteriormente.

Mostram-se na Figura 44 e na Figura 45, a comparação da extensão das zonas de dissipação devido ao aumento do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$ . Há que referir que, mantendo-se a geometria e as propriedades resistentes, o aumento deste parâmetro resulta no mesmo aumento da tensão vertical ao nível do túnel.



**Figura 44** – Campo de dissipação relativa e malha deformada para a situação de túnel único para diferentes valores de  $\gamma D/c_{u,0}$  e  $C/D=2$



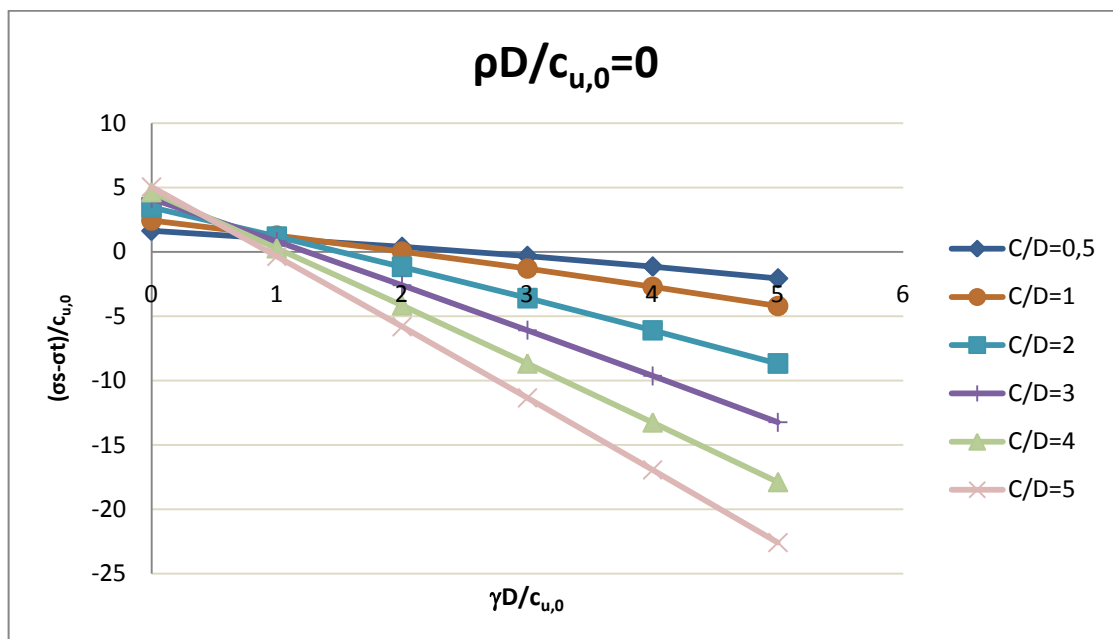
**Figura 45** – Campo de dissipação relativa e malha deformada para a situação de túnel único para diferentes valores de  $\gamma D/c_{u,0}$  e  $C/D=4$

Como primeira análise, pode observar-se na Figura 44 e na Figura 45 a forma geral do mecanismo de colapso de túneis únicos construídos em condições não drenadas. Relembre-se que, devido à simetria do problema, o modelo utilizado apenas contempla a metade direita do domínio. Pode observar-se que, no geral, o mecanismo de colapso contém:

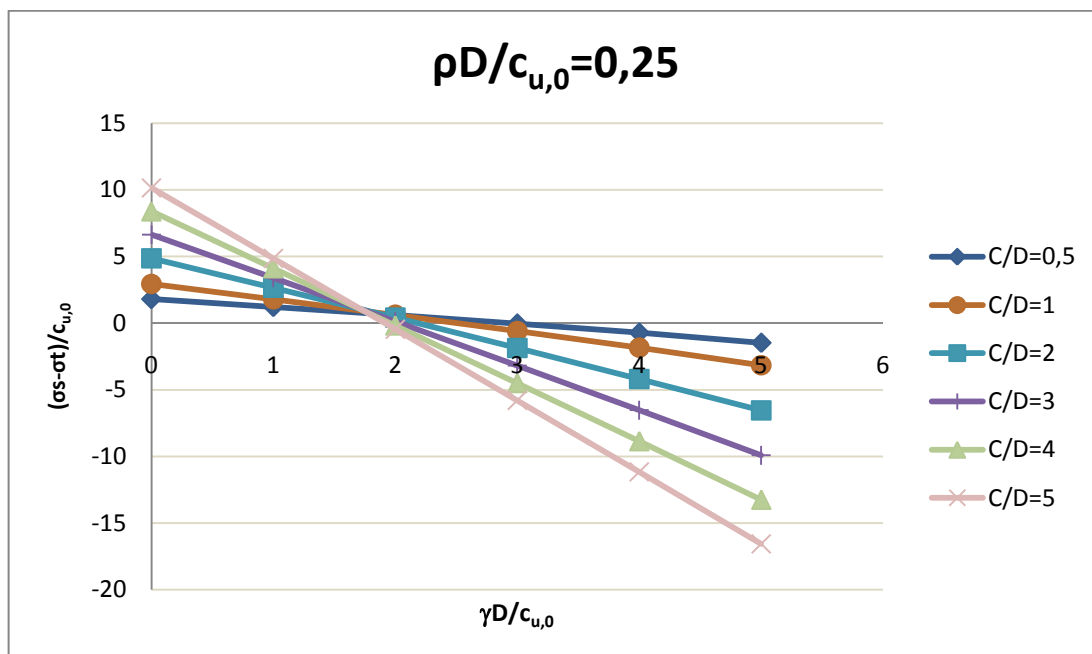
- uma zona indeformável, situada por cima do túnel, com movimento predominantemente vertical no sentido do túnel;
- uma zona de corte, situada externamente à referida zona indeformada, que permite a transição entre a zona indeformada com deslocamento vertical e a zona do maciço com deslocamento nulo. Esta zona dificilmente pode ser assimilada a uma superfície de deslizamento em virtude da sua espessura;
- uma zona plástica de ligação entre as zonas anteriormente referidas e o túnel. Esta zona é de difícil descrição porque a sua localização e espessura variam consoante a situação em estudo.

Através da Figura 44 e da Figura 45, pode observar-se que devido ao aumento do peso do solo, segundo o parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$ , a área de solo que sofre deformações aumenta e, à superfície, a zona de terreno afectado aumenta. Pode notar-se ainda que, para este caso, o aumento do valor deste parâmetro conduz a que as maiores deformações ocorram localmente na parte inferior do túnel.

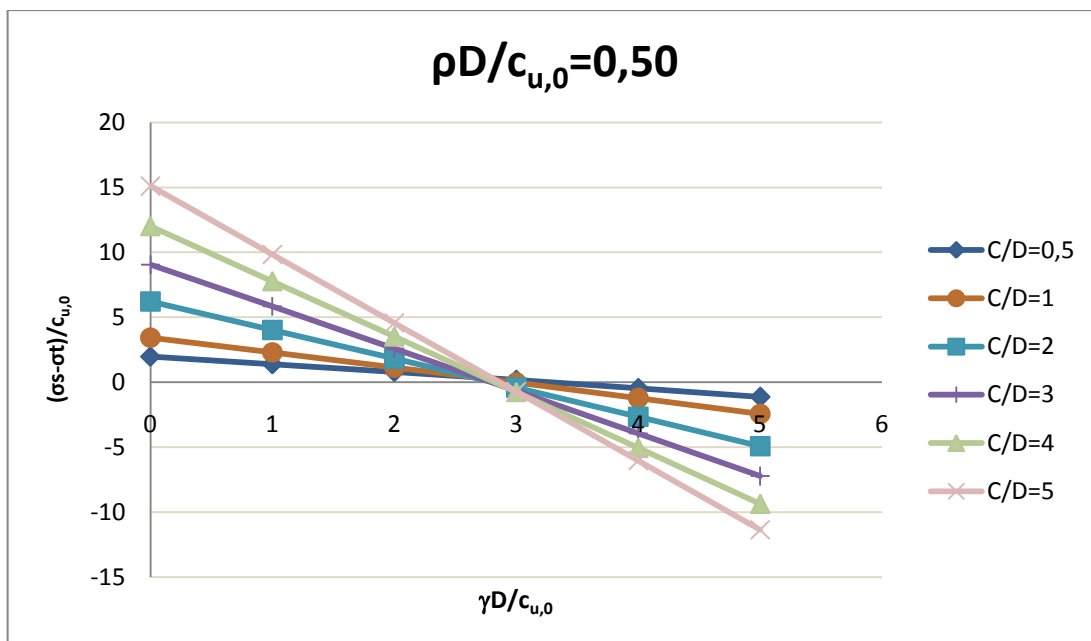
De seguida, mostram-se, da Figura 46 à Figura 50, as representações gráficas dos valores obtidos neste estudo na forma  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  em função de  $\gamma D/c_{u,0}$  para os diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$ .



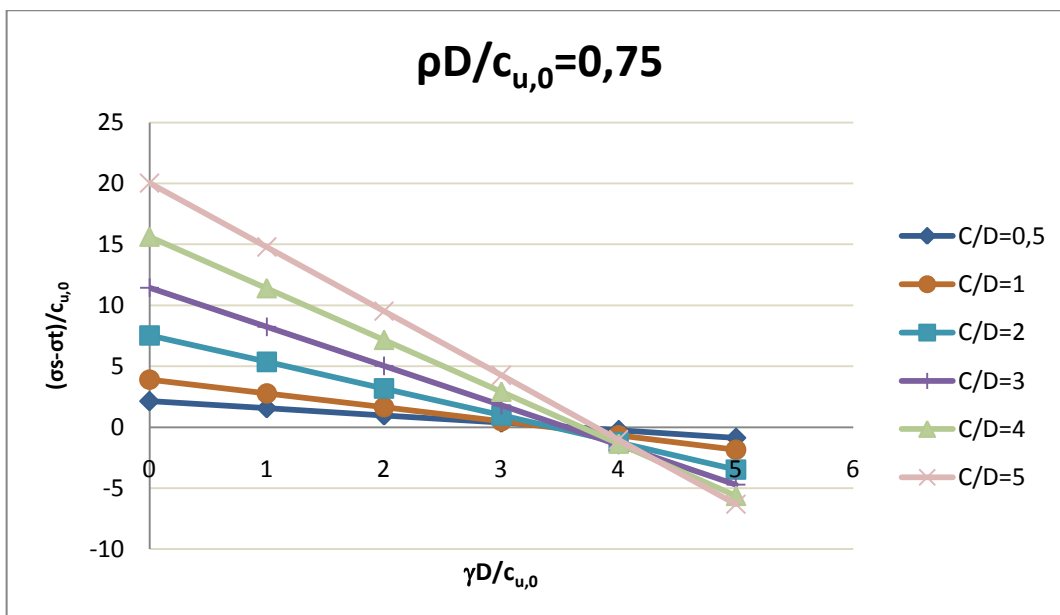
**Figura 46** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único  $\rho D/c_{u,0}=0$ .



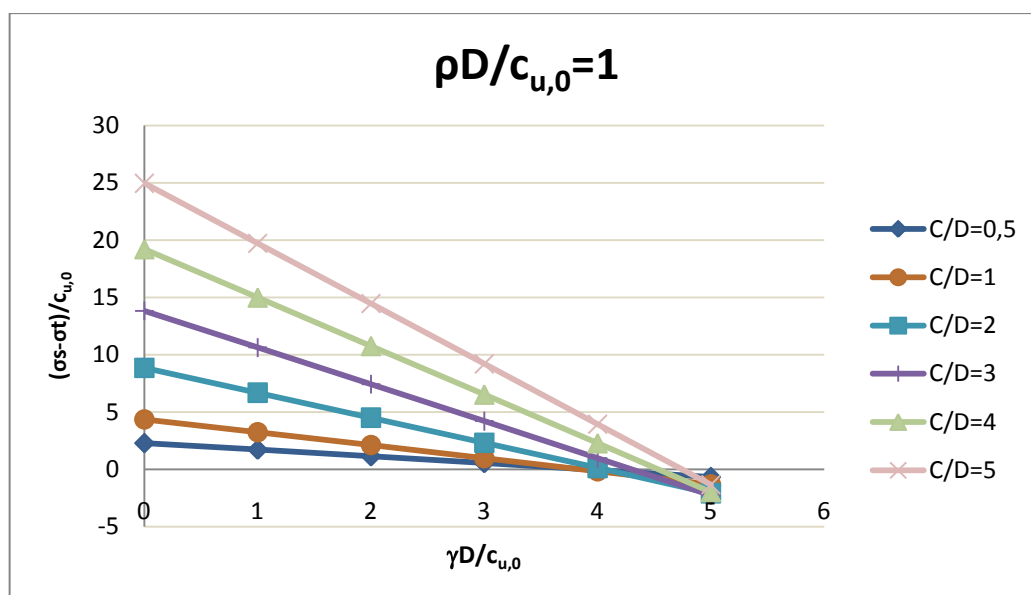
**Figura 47** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único  $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .



**Figura 48** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único  $\rho D/c_{u,0}=0,50$ .



**Figura 49** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único  $\rho D/c_{u,0}=0,75$ .



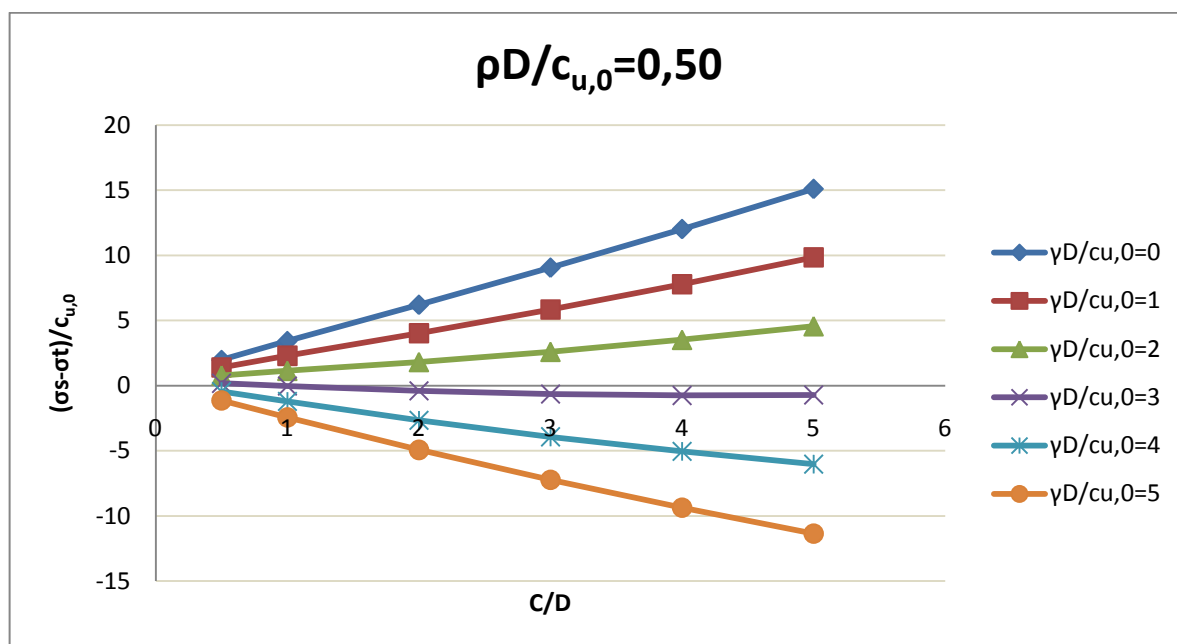
**Figura 50** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único  $\rho D/c_{u,0}=1$ .

Por análise das figuras anteriormente mostradas, é possível constatar que, as linhas que unem pontos de igual altura de recobrimento  $C/D$  são decrescentes e cruzam-se aproximadamente num mesmo ponto, onde o valor do parâmetro  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é pequeno e para um determinado valor de  $\gamma D/c_{u,0}$ . Como se pode observar, o valor do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$ , para o qual ocorre o cruzamento, é tanto maior quanto maior o valor do parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$ . Este ponto de cruzamento indica que existe um valor de  $\gamma D/c_{u,0}$  para o qual o parâmetro  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é pequeno e pouco se altera com a variação da altura de recobrimento do túnel e que à esquerda desse ponto, os valores de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  são positivos, não sendo necessário, para essa gama de valores, revestir o túnel quando de  $\sigma_s=0$ .

Pode observar-se que, de uma forma aproximada, não é necessário revestir o túnel para as seguintes situações:  $\rho D/c_{u,0}=0$  e  $\gamma D/c_{u,0}<1$ ;  $\rho D/c_{u,0}=0,25$  e  $\gamma D/c_{u,0}<2$ ;  $\rho D/c_{u,0}=0,50$  e  $\gamma D/c_{u,0}<3$ ;  $\rho D/c_{u,0}=0,75$  e  $\gamma D/c_{u,0}<4$ ;  $\rho D/c_{u,0}=1$  e  $\gamma D/c_{u,0}<5$ , independentemente da altura de recobrimento do túnel.



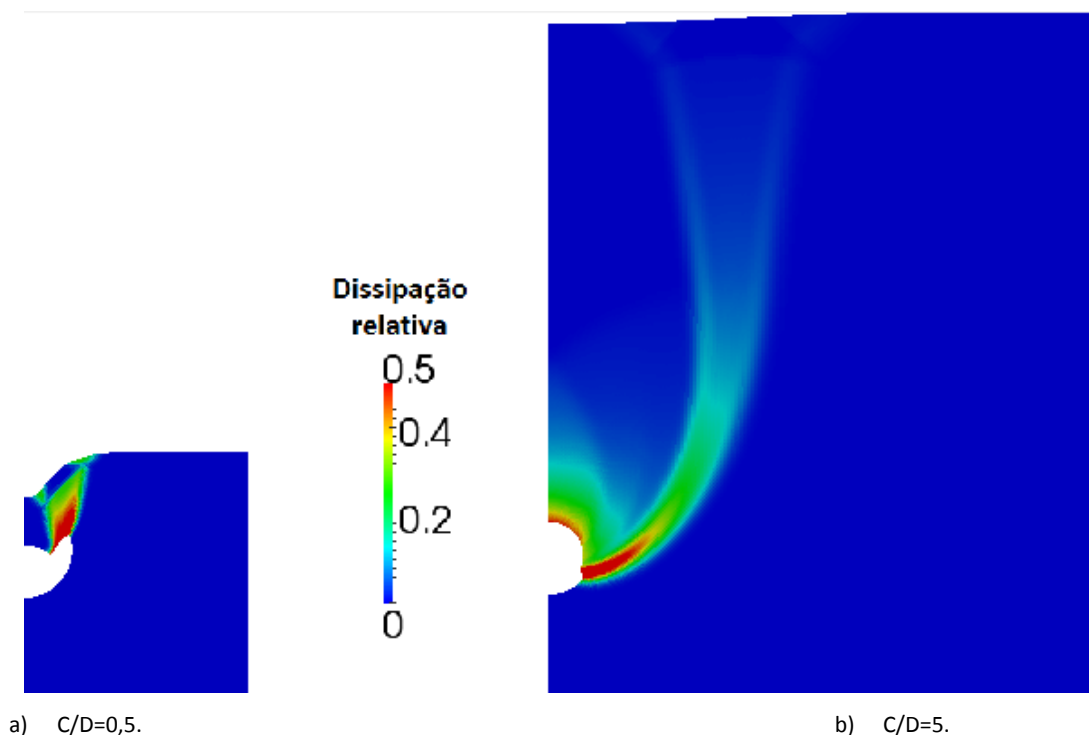
Mostra-se agora a Figura 51 para ser analisada em conjunto com a Figura 48.



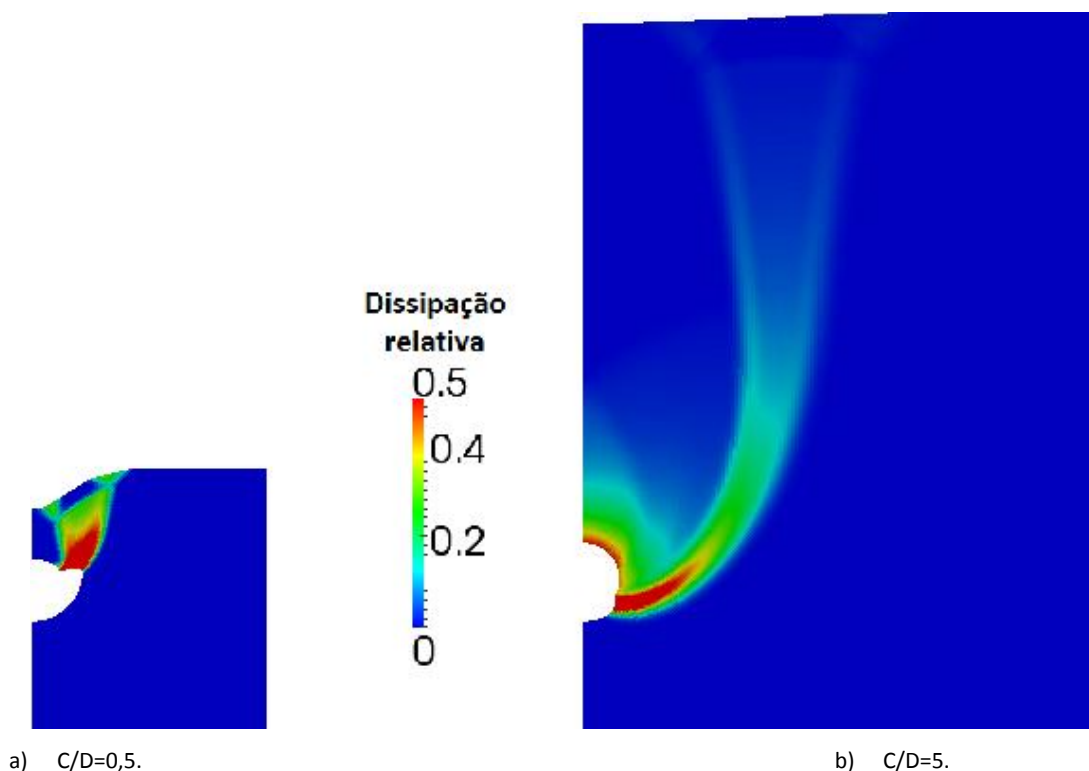
**Figura 51** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação de túnel único  $pD/c_{u,0}=0,50$ .

Como se pode observar através das figuras mencionadas e como dito anteriormente, existe um valor de  $\gamma D/c_{u,0}$ , que, para o caso  $pD/c_{u,0}=0,50$ , toma o valor de aproximadamente 3 (ponto de cruzamento na Figura 48), em que o valor de  $(\sigma_s-\sigma_t)/c_{u,0}$  é constante e próximo de zero, independentemente do valor do parâmetro  $C/D$ . Note-se que para valores de  $\gamma D/c_{u,0}$  inferiores ao referido, o valor do parâmetro  $(\sigma_s-\sigma_t)/c_{u,0}$  aumenta com o aumento do parâmetro  $C/D$  e para valores de  $\gamma D/c_{u,0}$  superiores ao referido, o valor do parâmetro  $(\sigma_s-\sigma_t)/c_{u,0}$  diminui com o aumento do parâmetro  $C/D$ . O mesmo acontece para os restantes pontos de cruzamento anteriormente referidos: à esquerda destes o valor do parâmetro  $(\sigma_s-\sigma_t)/c_{u,0}$  aumenta com o aumento de  $C/D$  e à direita destes o parâmetro  $(\sigma_s-\sigma_t)/c_{u,0}$  diminui com o aumento do parâmetro  $C/D$ .

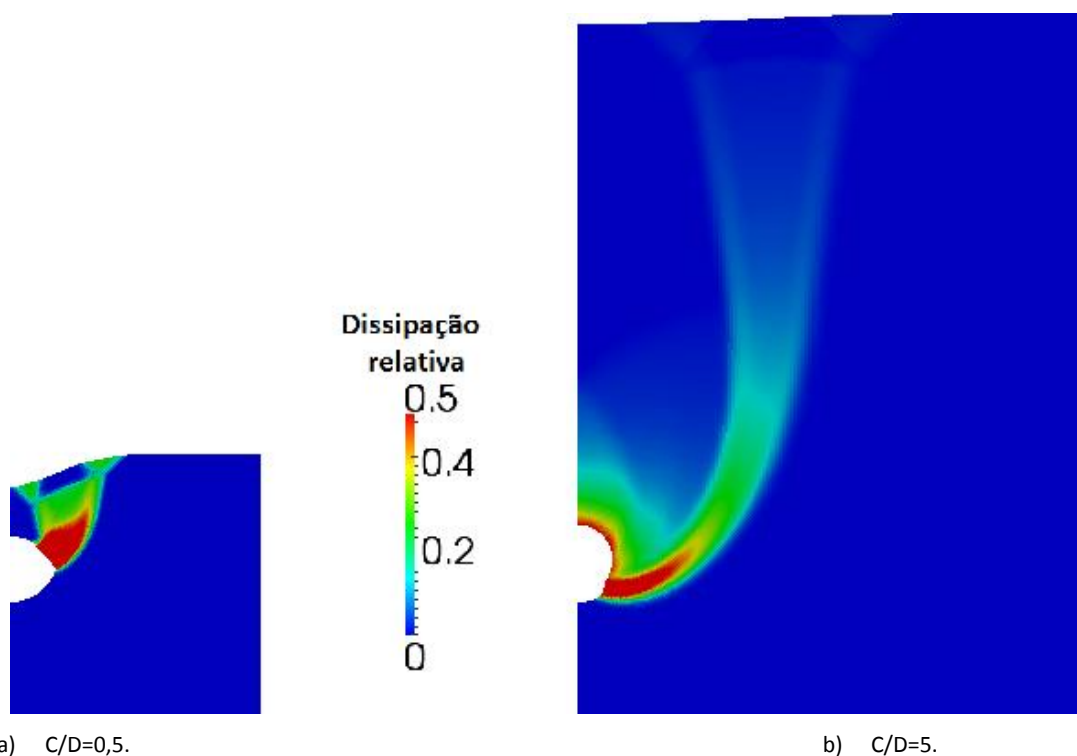
De seguida, mostra-se da Figura 52 à Figura 54 o campo de dissipações para diferentes alturas de recobrimento  $C/D$ .



**Figura 52** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para  $\gamma D/c_{u,0}=0$ ,  $\rho D/c_{u,0}=0,75$  e diferentes valores de  $C/D$ .



**Figura 53** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para  $\gamma D/c_{u,0}=3$ ,  $\rho D/c_{u,0}=0,75$  e diferentes valores de  $C/D$ .



**Figura 54** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para  $\gamma D/c_{u,0}=5$ ,  $\rho D/c_{u,0}=0.75$  e diferentes valores de  $C/D$ .

Da análise das figuras, verifica-se que o campo de dissipações a que o solo é sujeito não se altera muito, apesar do comprimento de solo afectado à superfície ser maior para a situação em que o túnel é construído com maior altura de recobrimento. Obviamente que, sendo muito maior a massa de solo a sustentar, o valor de  $\sigma_t$  terá de aumentar com o aumento de  $C/D$ .

Seguidamente, apresentam-se da Figura 55 à Figura 58 os valores obtidos neste estudo, na forma  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  em função de  $\rho D/c_{u,0}$  e para os diferentes valores de  $C/D$ .

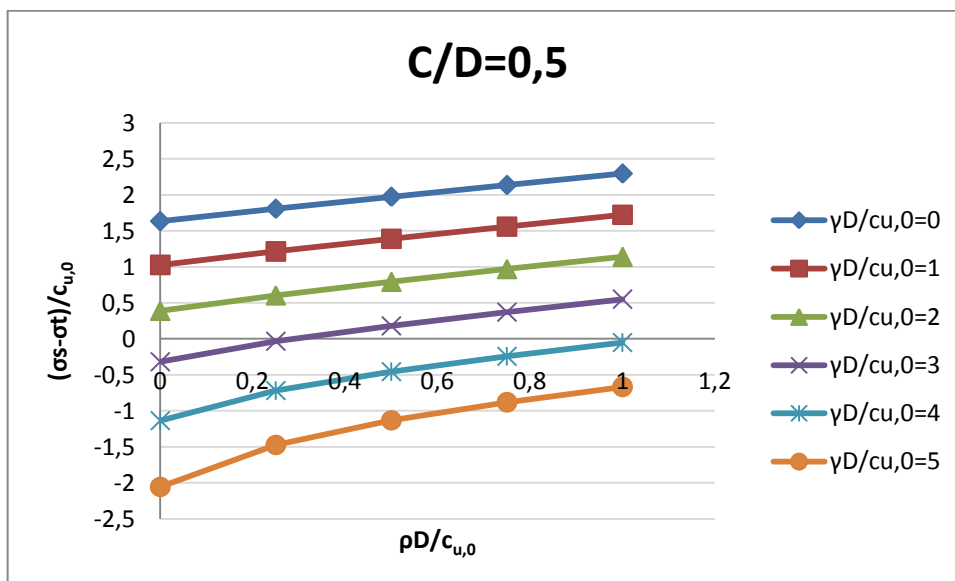


Figura 55 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação túnel único  $C/D=0,5$ .

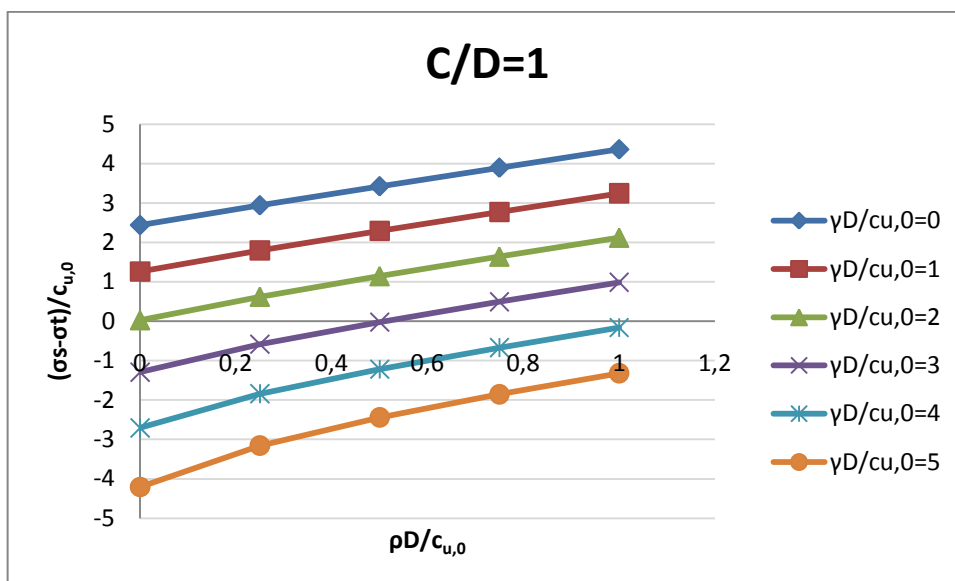
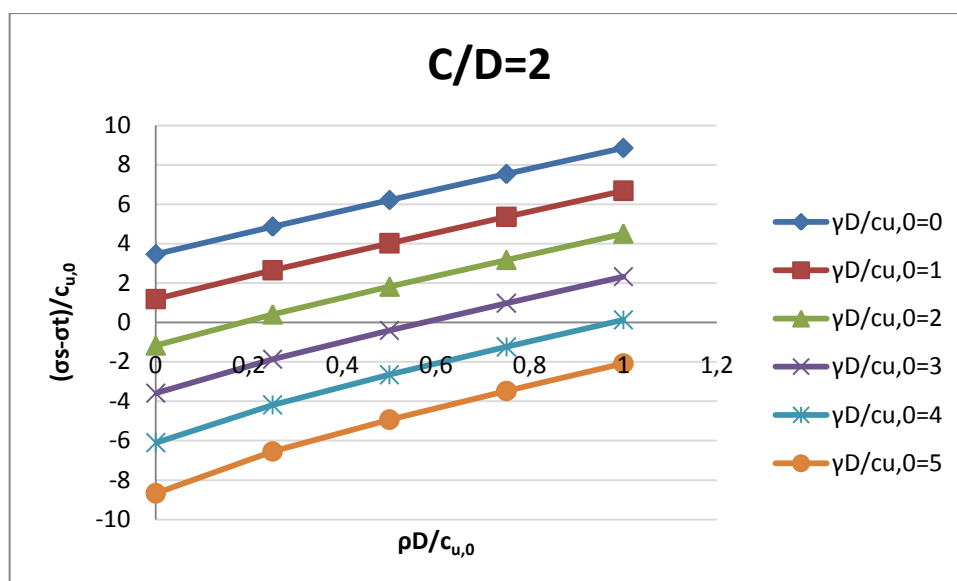
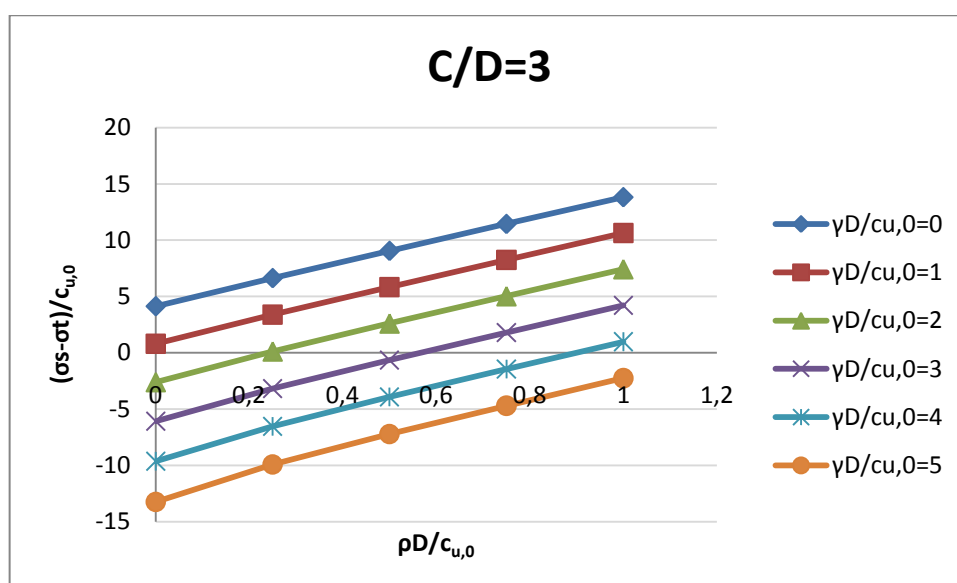


Figura 56 – Resultados obtidos no presente estudo para a situação túnel único  $C/D=1$ .



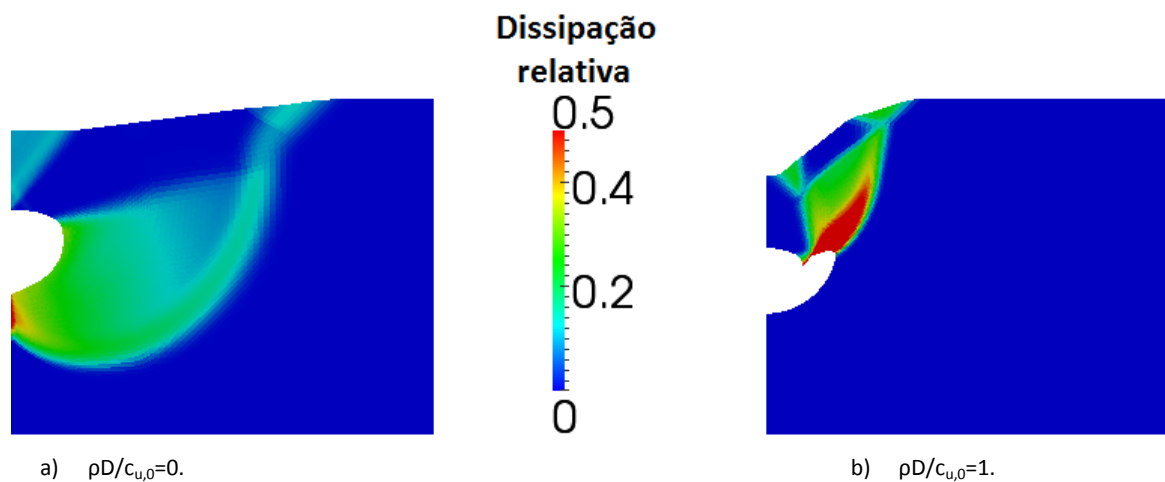
**Figura 57** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação túnel único  $C/D=2$ .



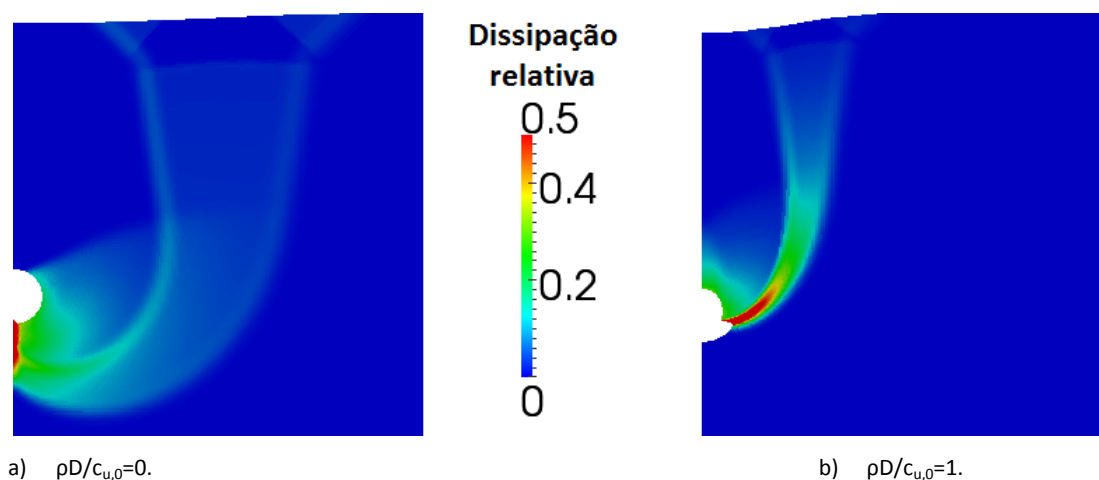
**Figura 58** – Resultados obtidos no presente estudo para a situação túnel único  $C/D=3$ .

Da Figura 55 à Figura 58 mostram-se as linhas que unem pontos de igual valor de  $\gamma D/c_{u,0}$  para os diferentes valores de  $C/D$ . Nota-se que estas são crescentes e paralelas entre si. Este paralelismo apenas não se verifica para o seguinte conjunto de valores:  $C/D < 3$  e  $\gamma D/c_{u,0} > 4$  e  $\rho D/c_{u,0} < 0,50$ . Pode-se então constatar que o aumento do parâmetro  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é directamente proporcional ao aumento do parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$ , excepto para os casos referidos. Como as linhas que unem pontos de igual valor de  $\gamma D/c_{u,0}$  para  $C/D > 3$  são crescentes e paralelas, não se considerou necessário apresentá-las.

Mostram-se na Figura 59 e Figura 60, a) e b) as extensões de dissipações devido ao aumento da resistência do solo segundo o parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$ .



**Figura 59** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para  $C/D=0,5$ ,  $\gamma D/c_{u,0}=5$  e para diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$ .



**Figura 60** – Campo de dissipações e malha deformada para a situação de túnel único para  $C/D=3$ ,  $\gamma D/c_{u,0}=5$  e para diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$ .

Da análise destas figuras pode inferir-se que a área de solo sujeita a deslocamentos diminui com o aumento da resistência não drenada definida pelo parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$ , o que significa que, para igual resistência à superfície, esta será bastante superior ao nível do centro do túnel. Pode observar-se também que, para além da zona de corte se tornar mais delgada, o comprimento de solo à superfície afectado por deslocamentos é muito menor.

Como se pode observar na Figura 46, o valor  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  mais desfavorável para a gama de valores em estudo, foi obtido para uma altura de recobrimento do túnel de  $C/D=5$ , para  $\rho D/c_{u,0}=0$  e  $\gamma D/c_{u,0}=5$  e toma o valor de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}=-22,85$ , o que indica que não ocorre o colapso do túnel se:

$$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}} < -22,58 \Rightarrow \sigma_t > 22,58c_{u,0} + \sigma_s \quad [12]$$

Assim, para a gama de valores em estudo, o máximo carregamento de suporte necessário para que o túnel não colapse é:

$$\sigma_t > 22,58c_{u,0} + \sigma_s. \quad [13]$$

no caso particular de  $\gamma D/c_{u,0}=5$ , é equivalente a escrever:

$$\sigma_t > 22,58 \frac{\gamma D}{5} + \sigma_s \Rightarrow \sigma_t > 4,516\gamma D + \sigma_s \quad [14]$$

### 8.1.1. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DA ANÁLISE LIMITE

Na Tabela 10 pode observar-se a comparação numérica entre as soluções da região superior obtidas no presente estudo e as melhores obtidas anteriormente por outros autores.

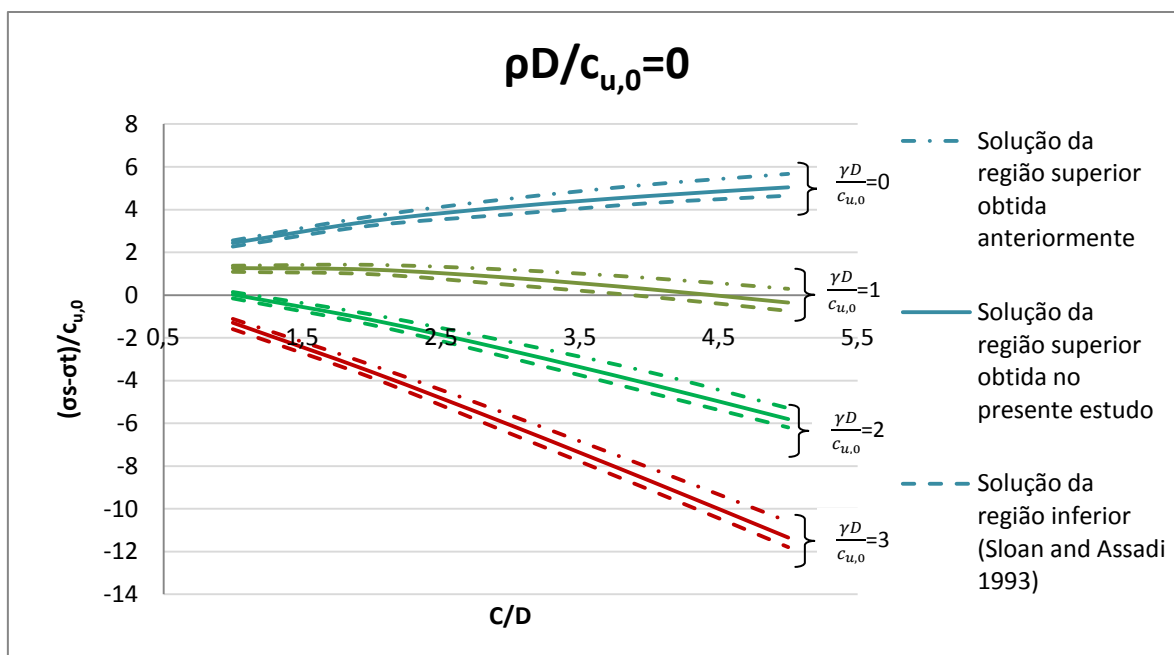
**Tabela 10** – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as melhores obtidas anteriormente.

$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$											
		$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 0$			$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 1$			$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 2$			$\frac{\gamma^D}{c_{u,0}} = 3$		
		SRI	SRS	SRS	SRI	SRS	SRS	SRI	SRS	SRS	SRI	SRS	SRS
1	0	2,27	<b>2,44</b>	2,55	1,08	<b>1,26</b>	1,37	-0,16	<b>0,02</b>	0,15	-1,60	<b>-1,29</b>	-1,12
	0,25	2,73	<b>2,94</b>	3,05	1,60	<b>1,79</b>	1,91	0,40	<b>0,62</b>	0,73	-0,98	<b>-0,58</b>	-0,47
	0,5	3,18	<b>3,42</b>	3,53	2,06	<b>2,29</b>	2,41	0,90	<b>1,14</b>	1,26	-0,38	<b>-0,02</b>	0,10
	0,75	3,61	<b>3,90</b>	4,01	2,50	<b>2,77</b>	2,89	1,36	<b>1,64</b>	1,76	0,18	<b>0,49</b>	0,62
	1	4,04	<b>4,36</b>	4,46	2,93	<b>3,25</b>	3,35	1,80	<b>2,12</b>	2,24	0,70	<b>0,99</b>	1,11
2	0	3,25	<b>3,46</b>	3,68	0,97	<b>1,19</b>	1,41	-1,40	<b>-1,16</b>	-0,91	-3,87	<b>-3,59</b>	-3,28
	0,25	4,54	<b>4,86</b>	5,10		<b>2,65</b>	2,89		<b>0,41</b>	0,65	-2,20	<b>-1,86</b>	-1,61
	0,5	5,79	<b>6,21</b>	6,48		<b>4,02</b>	4,29		<b>1,82</b>	2,08	-0,83	<b>-0,40</b>	-0,14
	0,75	7,02	<b>7,54</b>	7,85		<b>5,36</b>	5,66		<b>3,18</b>	3,46	0,43	<b>0,98</b>	1,26
	1	8,24	<b>8,85</b>	9,20		<b>6,69</b>	7,02		<b>4,51</b>	4,83	1,68	<b>2,33</b>	2,64
3	0	3,78	<b>4,14</b>	4,51	0,47	<b>0,81</b>	1,18	-2,95	<b>-2,60</b>	-2,20	-6,49	<b>-6,08</b>	-5,63
	0,25	6,05	<b>6,64</b>	7,11		<b>3,39</b>	3,85		<b>0,12</b>	0,56	-3,76	<b>-3,19</b>	-2,72
	0,5	8,22	<b>9,06</b>	9,62		<b>5,84</b>	6,39		<b>2,60</b>	3,15	-1,47	<b>-0,65</b>	-0,11
	0,75	10,38	<b>11,45</b>	12,10		<b>8,24</b>	8,88		<b>5,03</b>	5,66	0,74	<b>1,80</b>	2,42
	1	12,52	<b>13,83</b>	14,57		<b>10,63</b>	11,36		<b>7,42</b>	8,14	2,92	<b>4,21</b>	4,92
4	0	4,30	<b>4,64</b>	5,17	-0,08	<b>0,27</b>	0,80	-4,57	<b>-4,16</b>	-3,61	-9,11	<b>-8,68</b>	-8,08
	0,25	7,67	<b>8,38</b>	9,15		<b>4,12</b>	4,86		<b>-0,18</b>	0,56	-5,20	<b>-4,50</b>	-3,77
	0,5	10,97	<b>12,02</b>	12,99		<b>7,78</b>	8,73		<b>3,52</b>	4,46	-1,78	<b>-0,75</b>	0,18
	0,75	14,24	<b>15,62</b>	16,80		<b>11,40</b>	12,56		<b>7,16</b>	8,30	1,56	<b>2,91</b>	4,03
	1	17,50	<b>19,22</b>	20,60		<b>15,00</b>	16,36		<b>10,77</b>	12,11	4,84	<b>6,53</b>	7,85
5	0	4,65	<b>5,04</b>	5,67	-0,74	<b>-0,35</b>	0,30	-6,20	<b>-5,81</b>	-5,10	-11,80	<b>-11,34</b>	-10,60
	0,25	9,30	<b>10,13</b>	11,25		<b>4,85</b>	5,94		<b>-0,45</b>	0,61	-6,61	<b>-5,79</b>	-4,74
	0,5	13,83	<b>15,10</b>	16,59		<b>9,84</b>	11,30		<b>4,57</b>	6,01	-1,99	<b>-0,72</b>	0,70
	0,75	18,32	<b>20,03</b>	21,89		<b>14,79</b>	16,62		<b>9,53</b>	11,33	2,57	<b>4,26</b>	6,04
	1	22,80	<b>24,95</b>	27,17		<b>19,71</b>	21,91		<b>14,46</b>	16,63	7,10	<b>9,21</b>	11,35

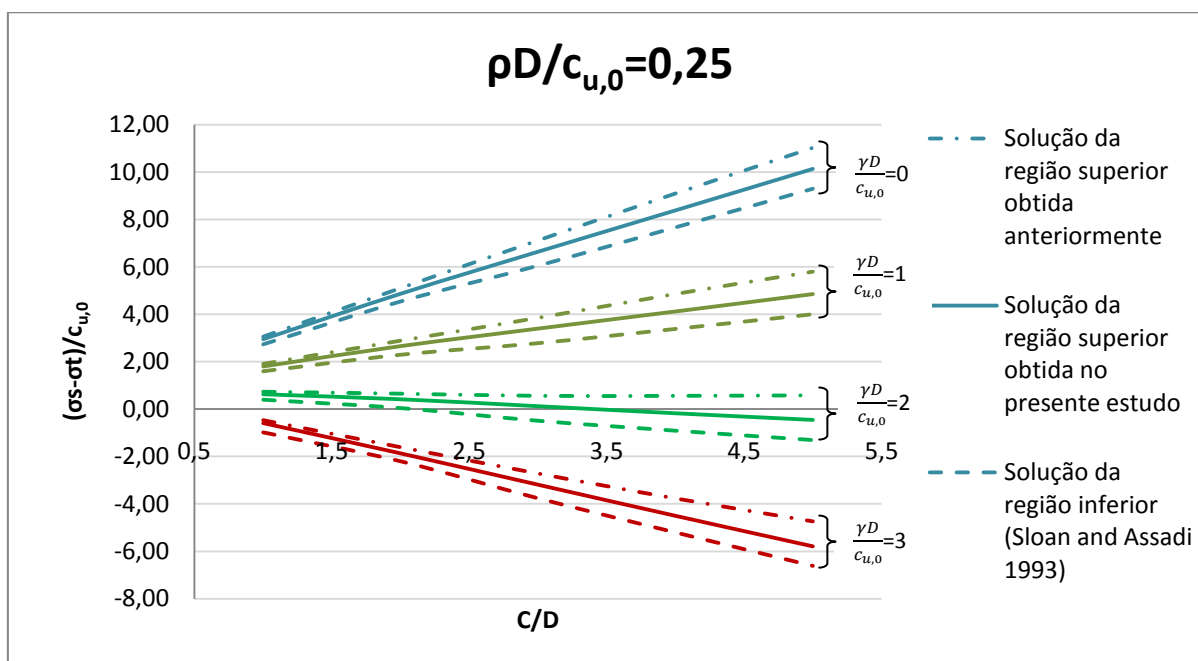
Há que referir que a abreviatura “SRS” designa “solução da região superior” e a abreviatura “SRI” designa “solução da região inferior”. Os valores da tabela que se apresentam a negrito são soluções da região superior obtidas no presente estudo.



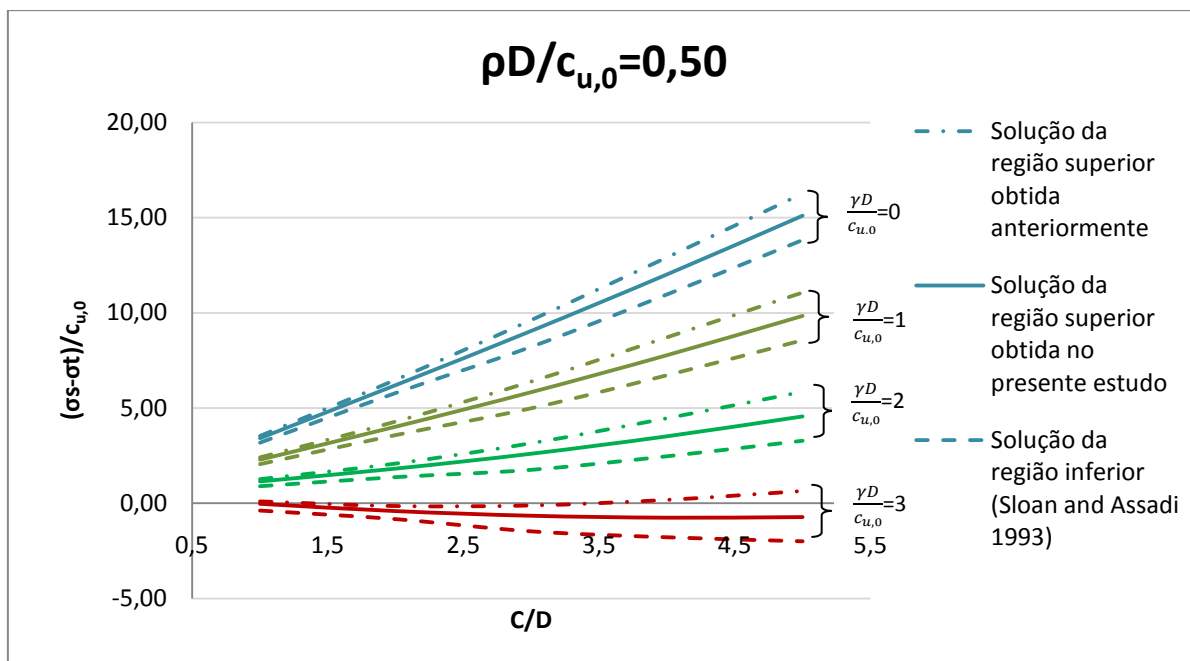
De seguida, pode observar-se da Figura 61 à Figura 65 a comparação gráfica entre as soluções da região superior, obtidas no presente estudo, e as melhores soluções, anteriormente obtidas, para os diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$ .



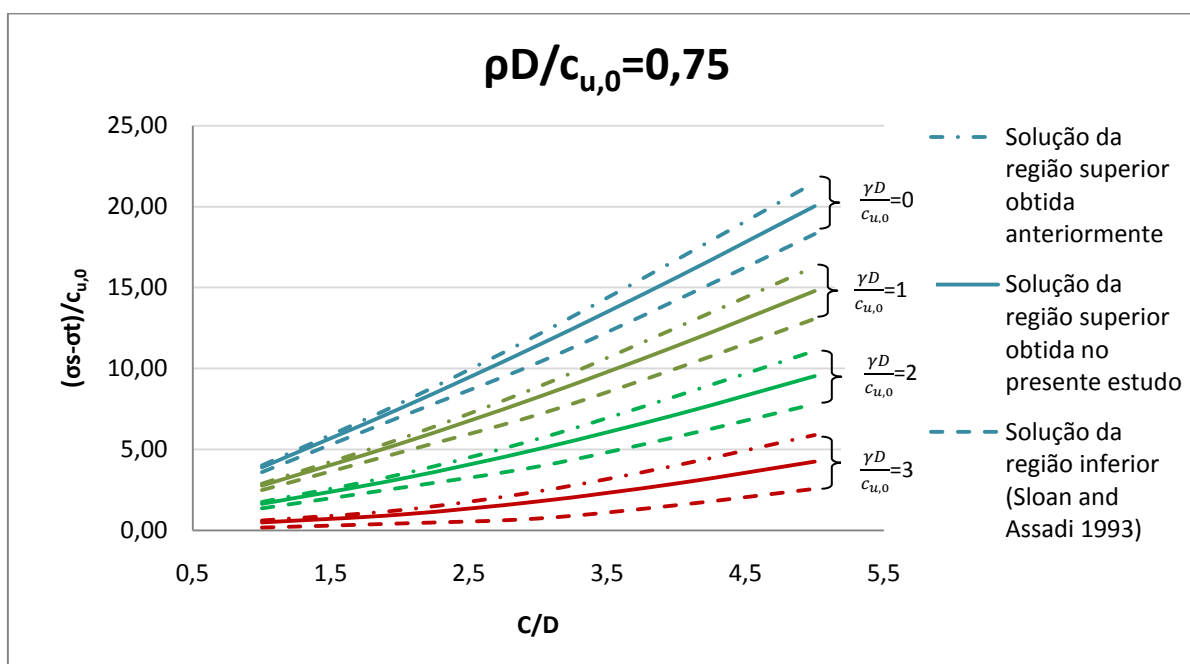
**Figura 61** – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para  $\rho D/c_{u,0}=0$ .



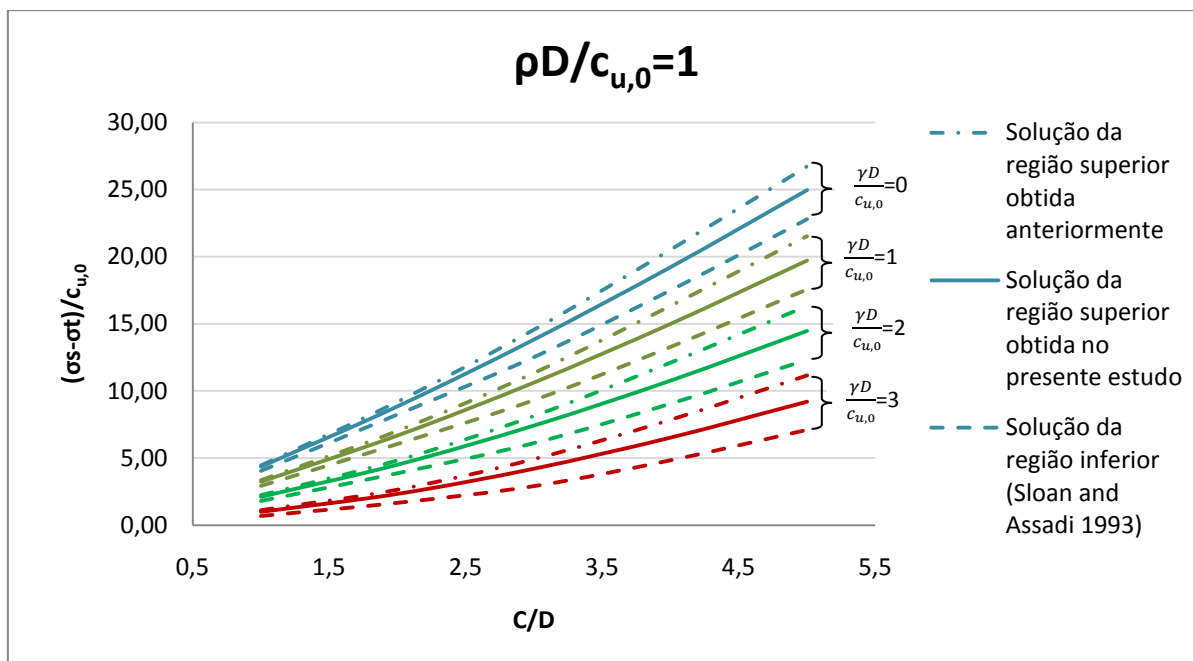
**Figura 62** – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para  $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .



**Figura 63** – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para  $\rho D/c_{u,0}=0,50$ .



**Figura 64** – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para  $\rho D/c_{u,0}=0,75$ .



**Figura 65** – Comparação de soluções obtidas neste estudo com as obtidas anteriormente para  $\rho D/c_{u,0}=1$ .

Como se pode observar da Figura 61 à Figura 65, as soluções da região superior obtidas neste estudo são melhores do que as obtidas por Osman et al., (2006) e Sloan e Assadi (1993), porque estas se aproximam mais da solução da região inferior, estando mais perto da solução exacta. Há que realçar que se obteve uma melhoria apreciável nas soluções da região superior (em média de 43%) sendo mais notável nos casos em que se considera  $\rho D/c_{u,0}=0$  (52%) e menos nos casos em que se considera  $\rho D/c_{u,0}=1$  (37%).

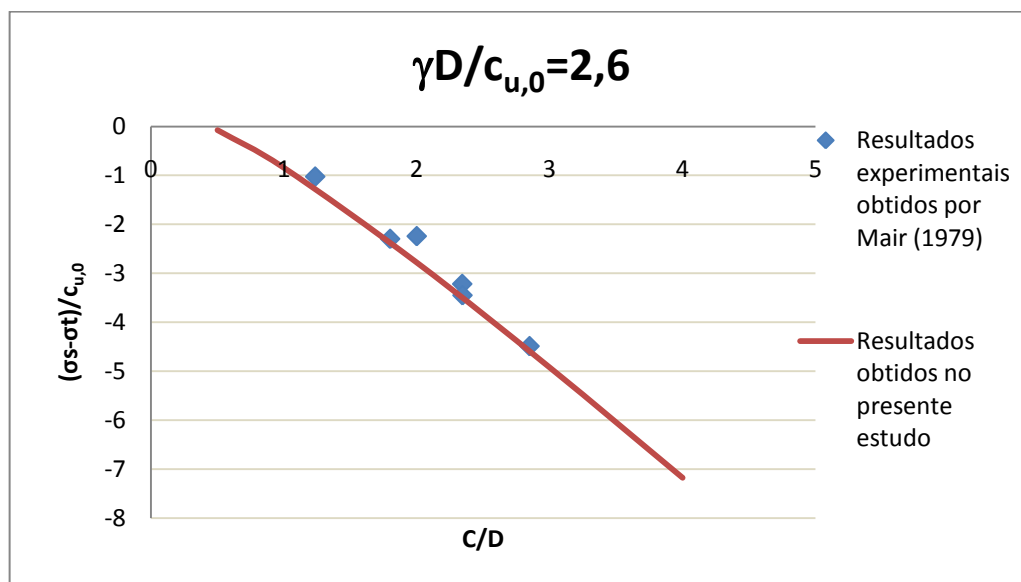
### 8.1.2. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Com o intuito de se poder comparar os resultados obtidos no presente estudo com os obtidos experimentalmente por Mair (1979) e por Wu and Lee (2003), efectuaram-se alguns cálculos para um peso volúmico de solo, respeitando a relação  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .

**Tabela 11** – Resultados obtidos neste estudo para  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .

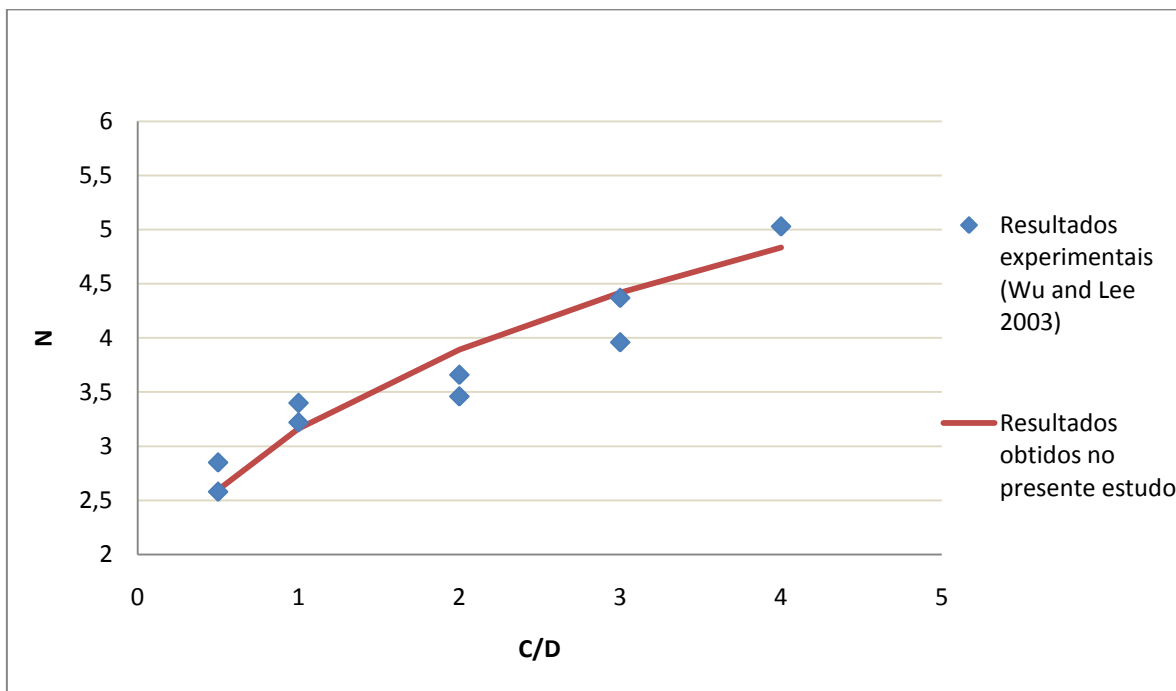
$N$	
$\frac{C}{D}$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2,6$
0,5	2,60
1	3,16
2	3,89
3	4,42
4	4,84

Na Figura 66 pode observar-se a comparação entre os resultados obtidos experimentalmente por Mair (1979) e os resultados obtidos no presente estudo para a relação  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .



**Figura 66** – Comparação de resultados obtidos experimentalmente por Mair (1979) e os obtidos no presente estudo para  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .

Na Figura 67 pode ser observado a comparação entre os resultados obtidos no presente estudo e os resultados experimentais realizados por Wu e Lee (2003).



**Figura 67** – Comparação de resultados obtidos experimentalmente por Wu e Lee (2003) e os obtidos no presente estudo para  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .

Da comparação dos resultados obtidos no presente estudo com os obtidos experimentalmente, pode constatar-se que as soluções obtidas neste estudo estão próximas de uma solução experimental.

## 8.2. SITUAÇÃO TÚNEL DUPLO

Neste estudo considera-se a execução de dois túneis escavados em condições não drenadas com a resistência determinada pelo critério de Tresca clássico. O solo é caracterizado pelo seu peso volúmico  $\gamma$  e pela sua resistência não drenada  $c_u$ , resistência esta que se considera variar linearmente com a profundidade, como definido na equação [9]. Os carregamentos envolvidos no problema são, como definido anteriormente,  $\sigma_s$  e  $\sigma_t$ , que correspondem, respectivamente, a um carregamento uniformemente distribuído à superfície e a uma pressão normal no interior de cada túnel. As soluções obtidas, no presente estudo, para valores de  $L/D$  mais baixos podem ser observadas nas Tabela 12 e Tabela 13 e as restantes no Anexo I.

**Tabela 12** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo ( $L/D=1,5$ ).

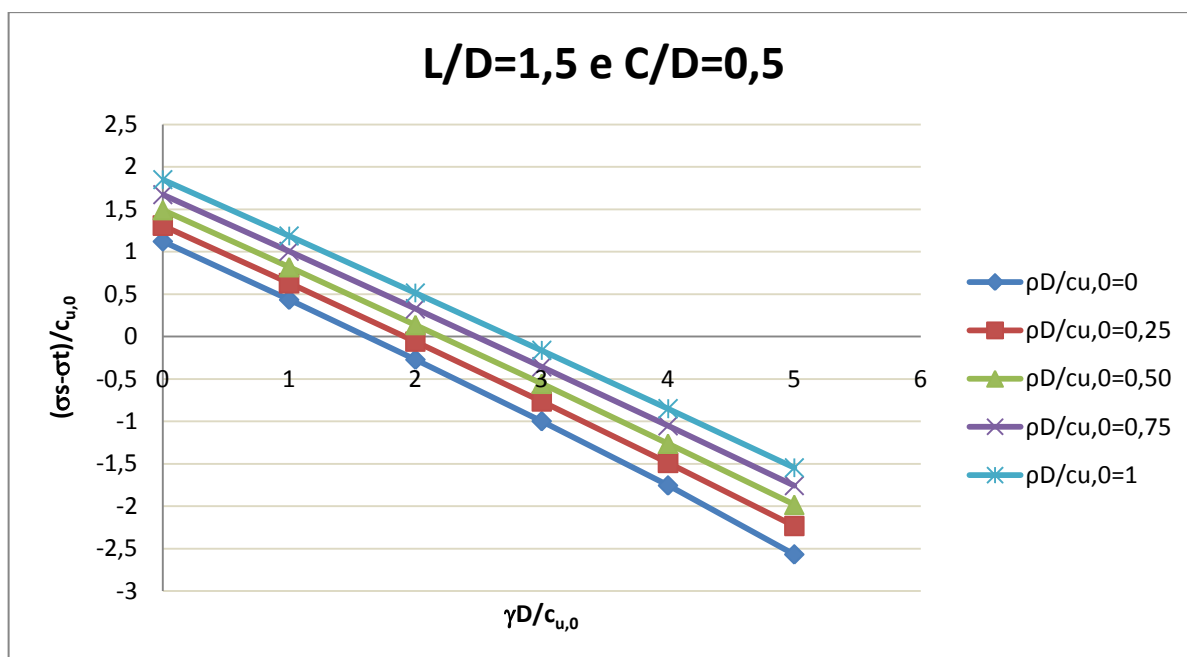
	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=1,5	0,5	0	1,12	0,43	-0,27	-1,00	-1,75	-2,57
		0,25	1,31	0,63	-0,06	-0,77	-1,49	-2,23
		0,5	1,49	0,82	0,14	-0,55	-1,26	-1,98
		0,75	1,67	1,00	0,33	-0,36	-1,05	-1,76
		1	1,85	1,19	0,51	-0,16	-0,85	-1,55
	1	0	1,54	0,35	-0,85	-2,08	-3,36	-4,73
		0,25	1,90	0,72	-0,47	-1,66	-2,87	-4,11
		0,5	2,26	1,08	-0,10	-1,28	-2,48	-3,68
		0,75	2,61	1,44	0,27	-0,91	-2,10	-3,29
		1	2,96	1,80	0,62	-0,55	-1,73	-2,92
	2	0	2,28	0,07	-2,16	-4,44	-6,79	-9,22
		0,25	3,16	0,97	-1,22	-3,43	-5,66	-7,91
		0,5	4,03	1,85	-0,34	-2,53	-4,73	-6,94
		0,75	4,89	2,71	0,53	-1,66	-3,85	-6,04
		1	5,75	3,57	1,39	-0,79	-2,97	-5,17
	3	0	2,91	-0,32	-3,60	-6,94	-10,35	-13,83
		0,25	4,52	1,32	-1,89	-5,12	-8,37	-11,64
		0,5	6,09	2,90	-0,30	-3,50	-6,72	-9,94
		0,75	7,65	4,46	1,27	-1,93	-5,13	-8,34
		1	9,20	6,01	2,82	-0,37	-3,56	-6,76
	4	0	3,45	-0,81	-5,13	-9,52	-13,97	-18,48
		0,25	5,96	1,75	-2,48	-6,73	-10,99	-15,28
		0,5	8,40	4,20	-0,01	-4,23	-8,46	-12,69
		0,75	10,82	6,62	2,42	-1,79	-6,00	-10,22
		1	13,23	9,04	4,84	0,64	-3,57	-7,78
	5	0	3,90	-1,39	-6,74	-12,16	-17,64	-23,18
		0,25	7,45	2,22	-3,02	-8,27	-13,55	-18,85
		0,5	10,91	5,69	0,47	-4,76	-9,99	-15,24
		0,75	14,34	9,13	3,92	-1,30	-6,52	-11,75
		1	17,76	12,55	7,35	2,13	-3,08	-8,30

**Tabela 13** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo ( $L/D=2$ ).

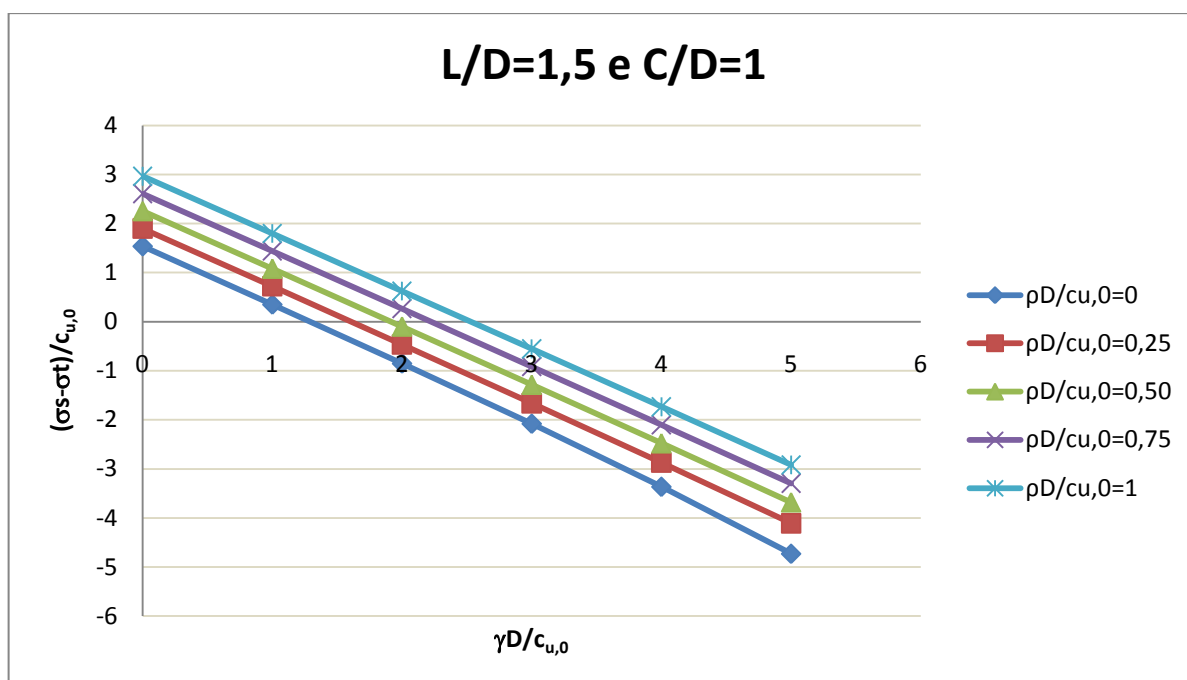
	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=2	0,5	0	1,47	0,73	-0,05	-0,86	-1,71	-2,62
		0,25	1,76	1,03	0,29	-0,48	-1,28	-2,12
		0,5	1,97	1,32	0,59	-0,16	-0,92	-1,72
		0,75	2,14	1,56	0,87	0,15	-0,60	-1,36
		1	2,30	1,72	1,14	0,43	-0,30	-1,04
	1	0	1,80	0,55	-0,72	-2,03	-3,39	-4,82
		0,25	2,30	1,07	-0,18	-1,44	-2,73	-4,04
		0,5	2,78	1,56	0,33	-0,91	-2,17	-3,44
		0,75	3,25	2,05	0,83	-0,40	-1,64	-2,90
		1	3,73	2,53	1,32	0,10	-1,13	-2,38
	2	0	2,40	0,15	-2,15	-4,48	-6,88	-9,34
		0,25	3,45	1,22	-1,03	-3,30	-5,59	-7,90
		0,5	4,48	2,26	0,03	-2,22	-4,48	-6,75
		0,75	5,51	3,30	1,07	-1,16	-3,41	-5,66
		1	6,54	4,32	2,10	-0,12	-2,36	-4,60
	3	0	2,94	-0,33	-3,65	-7,02	-10,47	-13,97
		0,25	4,70	1,46	-1,79	-5,07	-8,36	-11,68
		0,5	6,44	3,21	-0,03	-3,28	-6,54	-9,82
		0,75	8,17	4,94	1,71	-1,53	-4,78	-8,03
		1	9,89	6,67	3,45	0,21	-3,03	-6,27
	4	0	3,41	-0,88	-5,23	-9,63	-14,11	-18,63
		0,25	6,04	1,80	-2,47	-6,75	-11,05	-15,38
		0,5	8,62	4,39	0,14	-4,12	-8,38	-12,66
		0,75	11,19	6,96	2,72	-1,52	-5,78	-10,04
		1	13,76	9,53	5,29	1,05	-3,19	-7,44
	5	0	3,83	-1,48	-6,85	-12,28	-17,78	-23,33
		0,25	7,46	2,21	-3,07	-8,35	-13,67	-19,00
		0,5	11,01	5,77	0,52	-4,75	-10,02	-15,30
		0,75	14,55	9,31	4,06	-1,19	-6,45	-11,71
		1	18,08	12,84	7,60	2,35	-2,90	-8,16



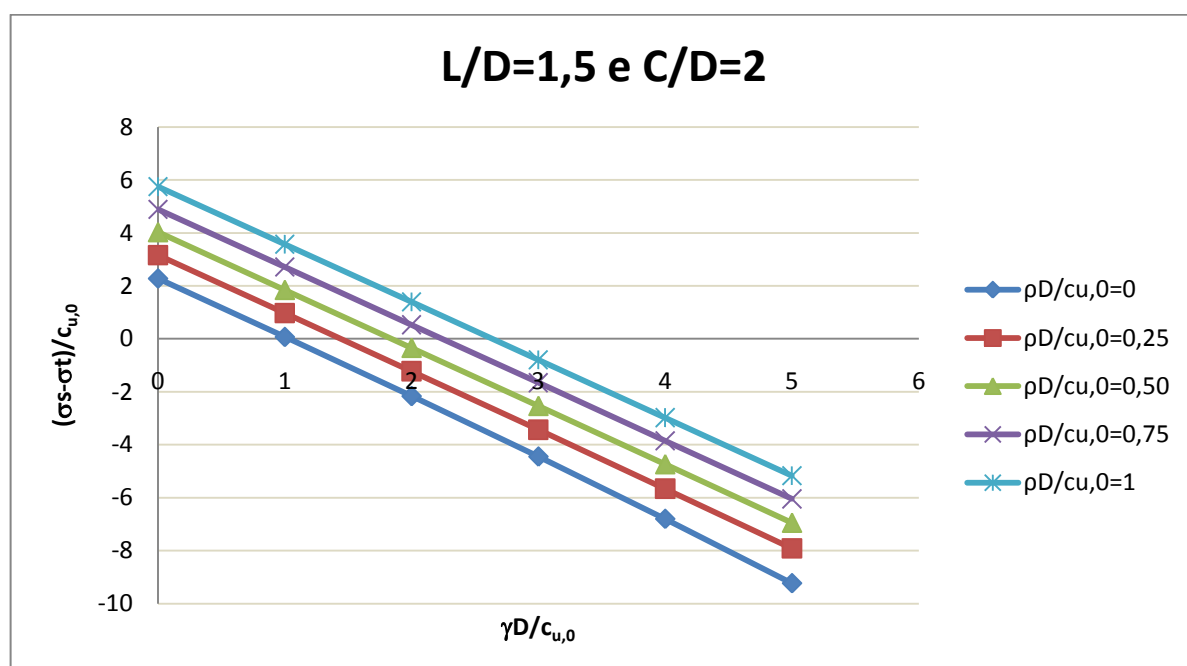
Considerando-se que, o caso mais desfavorável para a execução de túneis com iguais alturas de recobrimento e iguais características de solo é aquele em que o afastamento entre eixos de túneis é menor, apresentam-se da Figura 68 à Figura 71 apenas alguns valores de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  em função de  $\gamma D/c_{u,0}$ , para diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$  e de  $C/D$ , para um afastamento entre eixos de túneis de  $L/D=1,5$ , sendo este o valor mais baixo considerado neste trabalho.



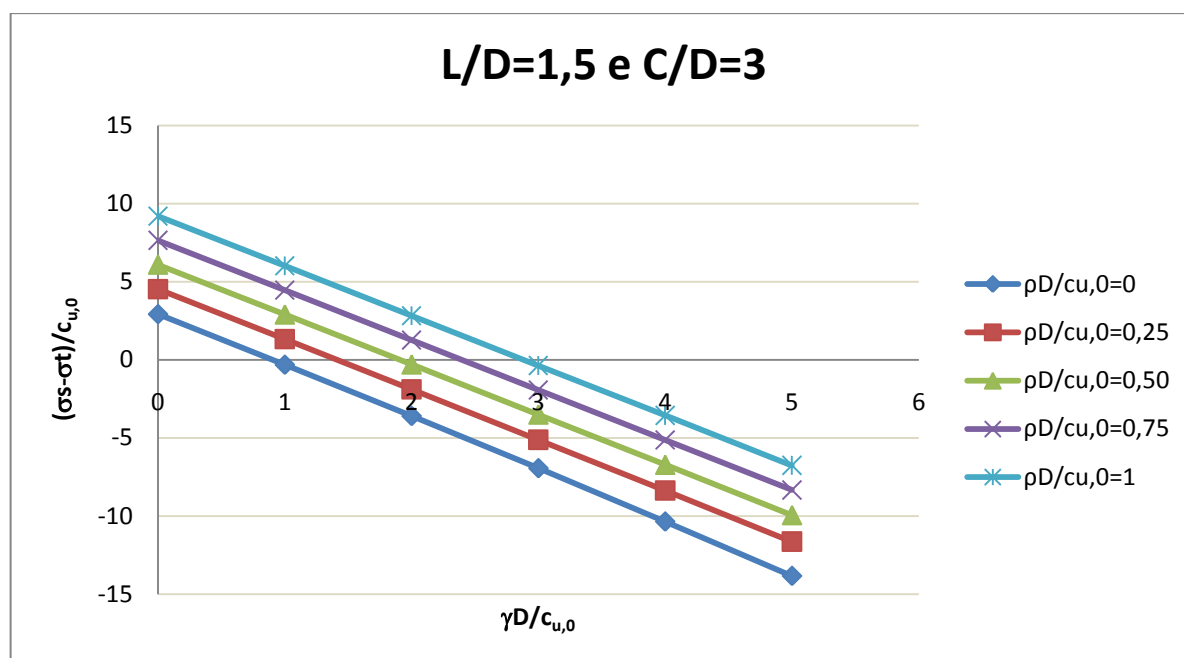
**Figura 68** – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo  $L/D=1,5$  e  $C/D=0,5$  em função de  $\gamma D/c_{u,0}$ .



**Figura 69** – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo L/D=1,5 e C/D=1 em função de  $\gamma D/c_{u,0}$ .



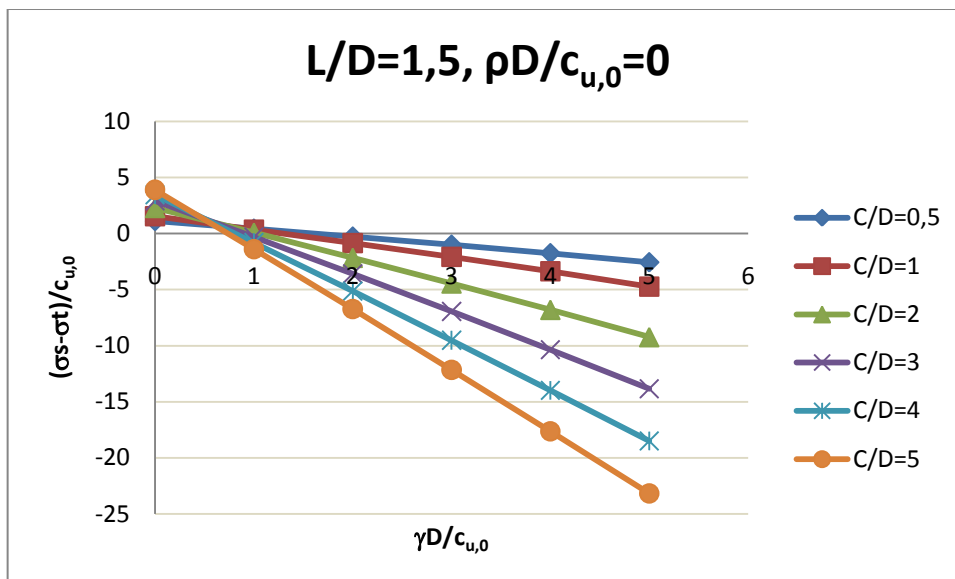
**Figura 70** – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo L/D=1,5 e C/D=2 em função de  $\gamma D/c_{u,0}$ .



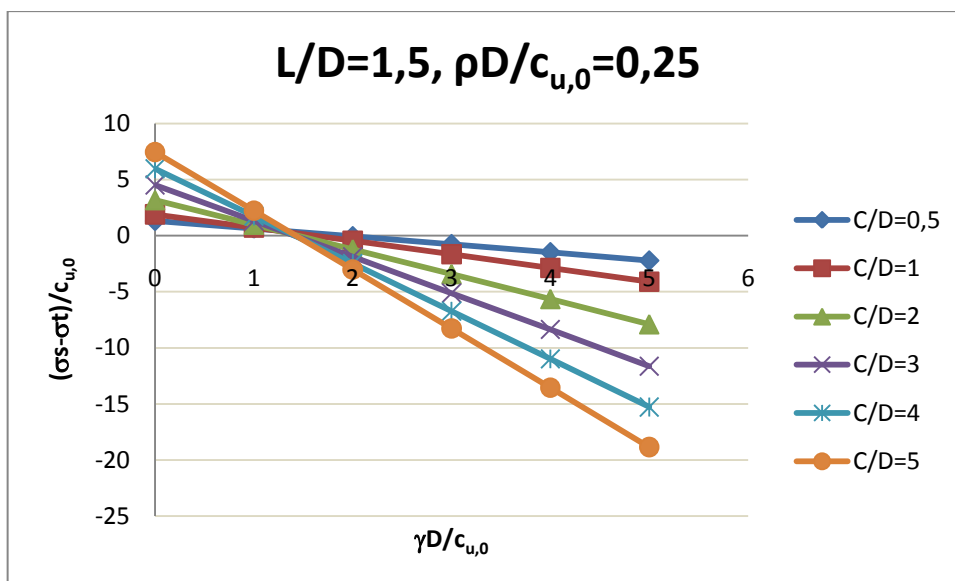
**Figura 71** – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo  $L/D=1,5$  e  $C/D=3$  em função de  $\gamma D/c_{u,0}$ .

Como se pode observar da Figura 68 à Figura 71, a diminuição do valor de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é directamente proporcional ao aumento do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$ , excepto para os casos em que se verifica simultaneamente  $C/D < 3$  e  $pD/c_{u,0} = 0$  e  $\gamma D/c_{u,0} > 2$ , independentemente do afastamento entre os eixos de túneis. Como tanto para o caso mais desfavorável ( $L/D=1,5$ ) como para caso menos desfavorável (túnel único,  $L/D$  grande), a proporcionalidade entre  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  e  $\gamma D/c_{u,0}$  se mantém, considera-se que este comportamento é independentemente do afastamento entre os eixos de túneis.

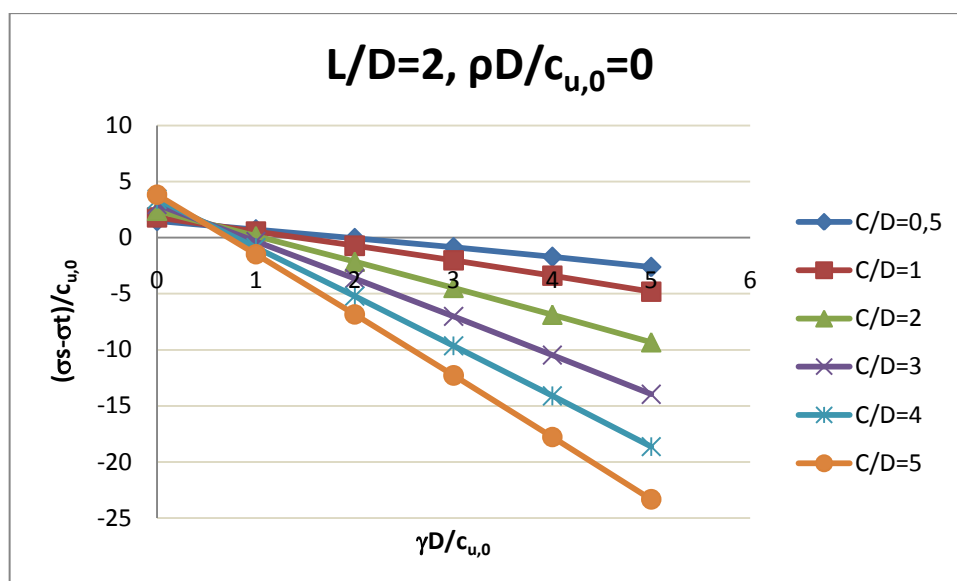
De seguida, mostra-se da Figura 72 à Figura 75 alguns resultados obtidos de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  em função de  $\gamma D/c_{u,0}$  para os diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$  e de  $L/D$ .



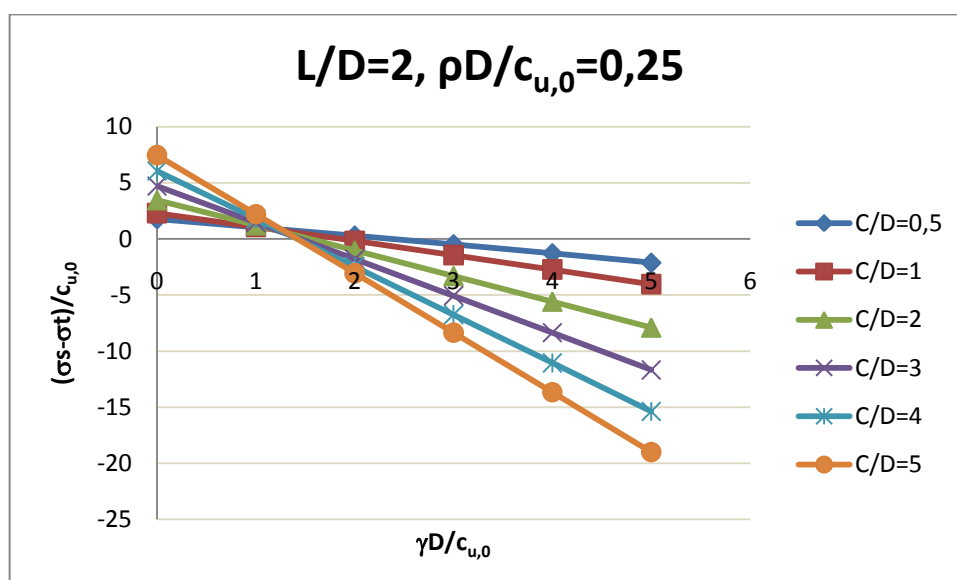
**Figura 72** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $L/D=1,5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ .



**Figura 73** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $L/D=1,5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .



**Figura 74** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $L/D=2$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ .

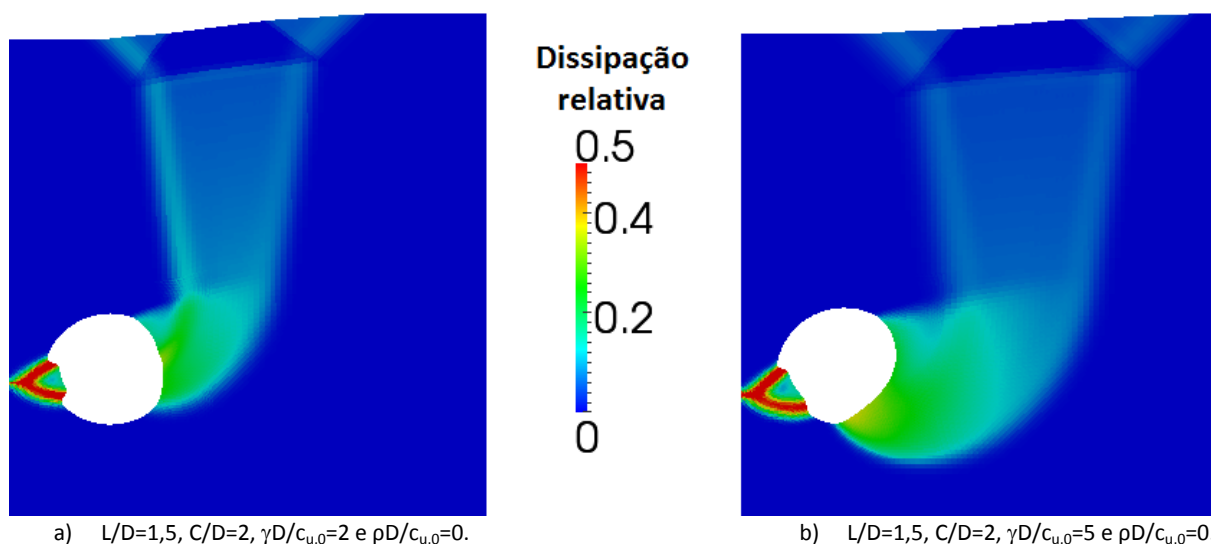


**Figura 75** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $L/D=2$  e  $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .

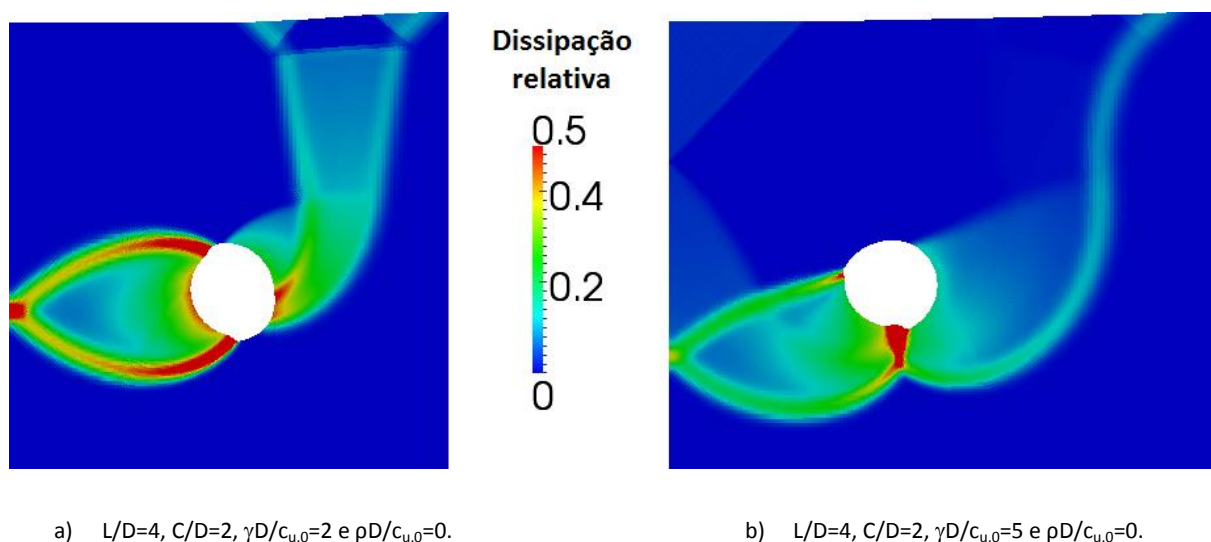
Através das figuras apresentadas, pode afirmar-se que existe um ponto de cruzamento entre as linhas que unem pontos de igual altura de recobrimento, o qual corresponde um valor reduzido de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  e um determinado valor de  $\gamma D/c_{u,0}$ , valor esse que será tanto menor quanto menor for o afastamento entre os eixos de túneis e o valor do parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$ . Como ainda se pode observar, para um afastamento entre eixos de  $L/D=1,5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ , o ponto de cruzamento ocorre para um valor de  $\gamma D/c_{u,0} \approx 0,5$ . Fazendo uma analogia semelhante à que foi feita para a situação de túnel único, existe um valor de  $\gamma D/c_{u,0}$  em que se verifica o ponto de cruzamento, para o qual, valores abaixo desse, o valor de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é

crescente e para valores acima, o valor de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é decrescente, com o aumento de  $C/D$ . Como mostrado na situação de túnel único, pode afirmar-se que, para um afastamento mínimo entre eixos de túneis de  $L/D=1,5$ , não é necessário revestimento para valores de  $\gamma D/c_{u,0} < 0,5$ .

De seguida, apresenta-se na Figura 76 e na Figura 77, a extensão de solo que sofreu deslocamentos para diferentes valores de  $\gamma D/c_{u,0}$ .



**Figura 76** – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de  $\gamma D/c_{u,0}$  e  $L/D=1,5$ .



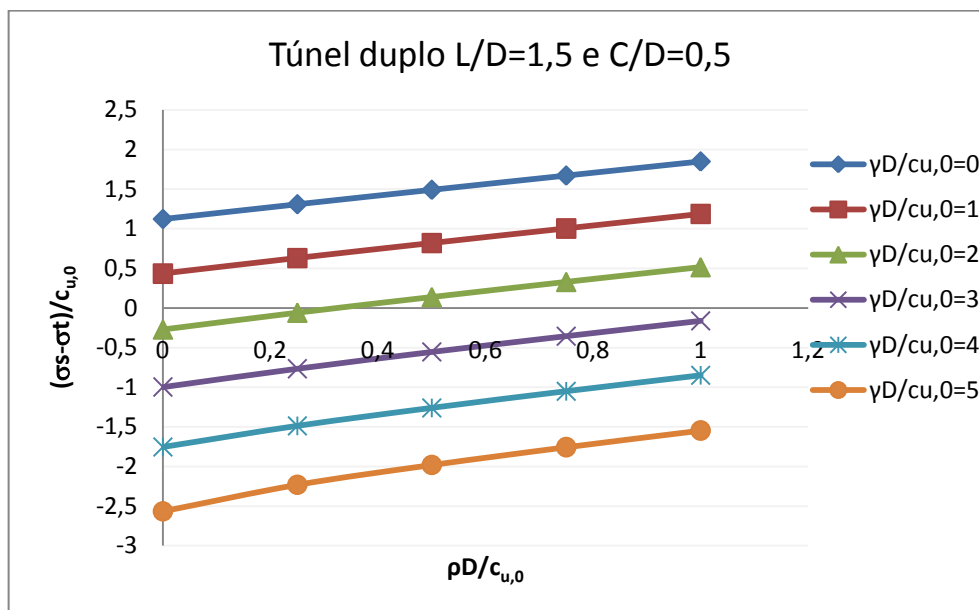
**Figura 77** – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de  $\gamma D/c_{u,0}$  e  $L/D=4$ .

Observando estas figuras e tendo em consideração que devido à simetria do problema, o modelo utilizado apenas contempla a metade direita do domínio, pode constatar-se que o mecanismo geral de colapso criado pela construção de túneis duplos apresenta:

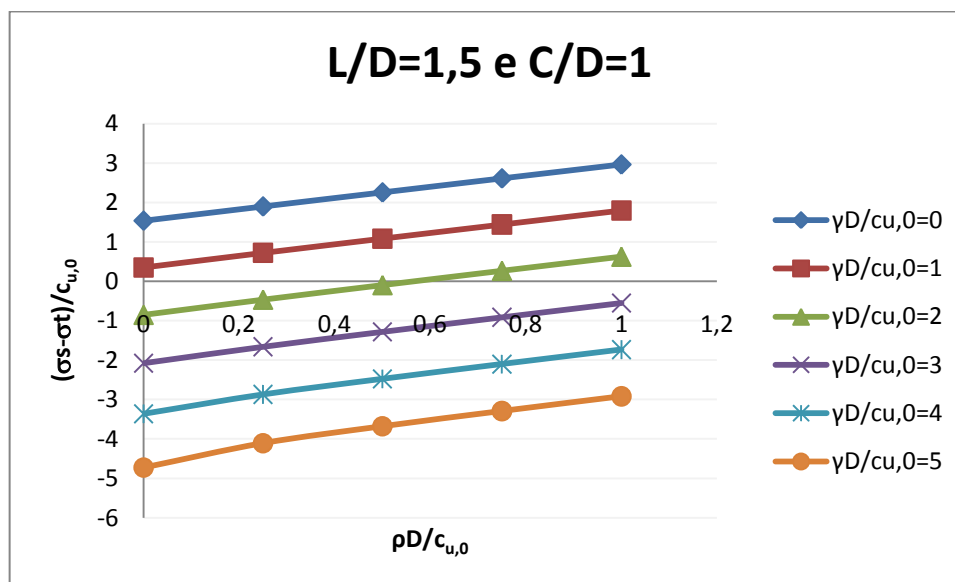
- uma zona indeformável, situada por cima do túnel, com movimento predominantemente vertical no sentido do túnel;
- uma zona de corte, situada externamente à referida zona indeformada (à direita do túnel), que permite a transição entre a zona indeformada com deslocamento vertical e a zona do maciço com deslocamento nulo. esta zona dificilmente pode ser assimilada a uma superfície de deslizamento devido à sua espessura;
- uma zona plástica de ligação entre as zonas anteriormente referidas e o túnel. Esta zona é de difícil descrição porque a sua localização e espessura variam consoante a situação em estudo;
- uma zona de interacção entre túneis, criada por duas superfícies curvas, (à esquerda do túnel) que se situa por baixo da zona indeformada. Esta zona de interacção tem uma localização variável consoante a situação em estudo.

Pode observar-se também que o aumento do valor do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$  levou a que a área de solo afectada por deslocamentos fosse maior, principalmente por baixo do túnel, e que a zona de interacção entre túneis baixasse um pouco.

De seguida, apresenta-se da Figura 78 à Figura 81 alguns valores de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  em função de  $\rho D/c_{u,0}$  para diferentes valores de  $C/D$  e  $\gamma D/c_{u,0}$ , para um afastamento entre eixos de túneis de  $L/D=1,5$ .

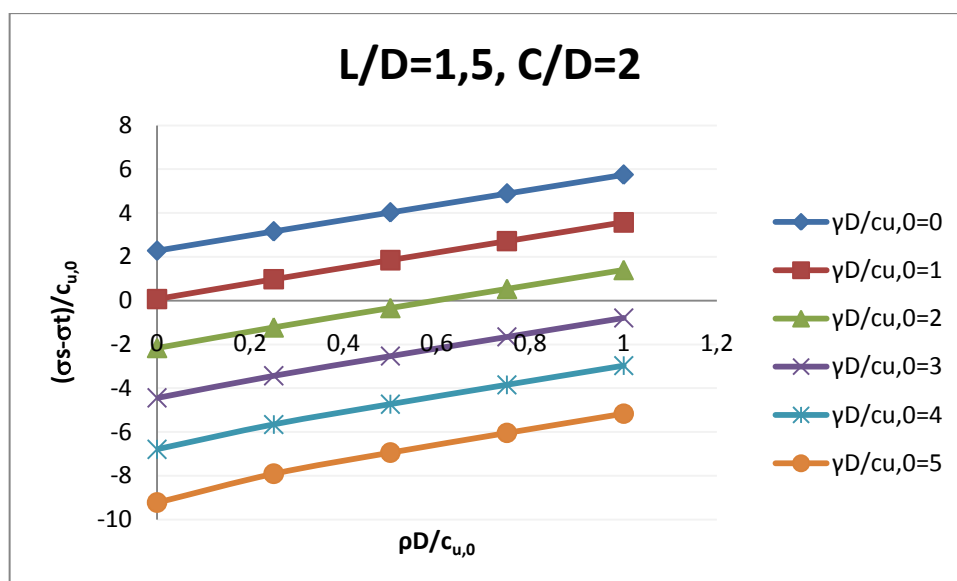


**Figura 78** – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo  $L/D=1,5$  e  $C/D=0,5$  em função de  $\rho D/c_{u,0}$ .

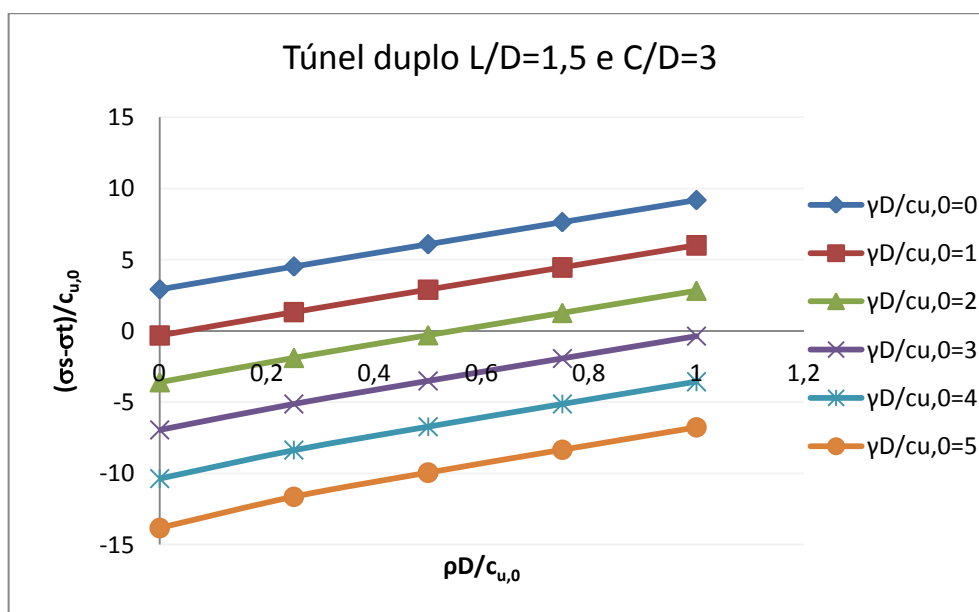


**Figura 79** – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo  $L/D=1,5$  e  $C/D=1$  em função de  $\rho D/c_{u,0}$ .





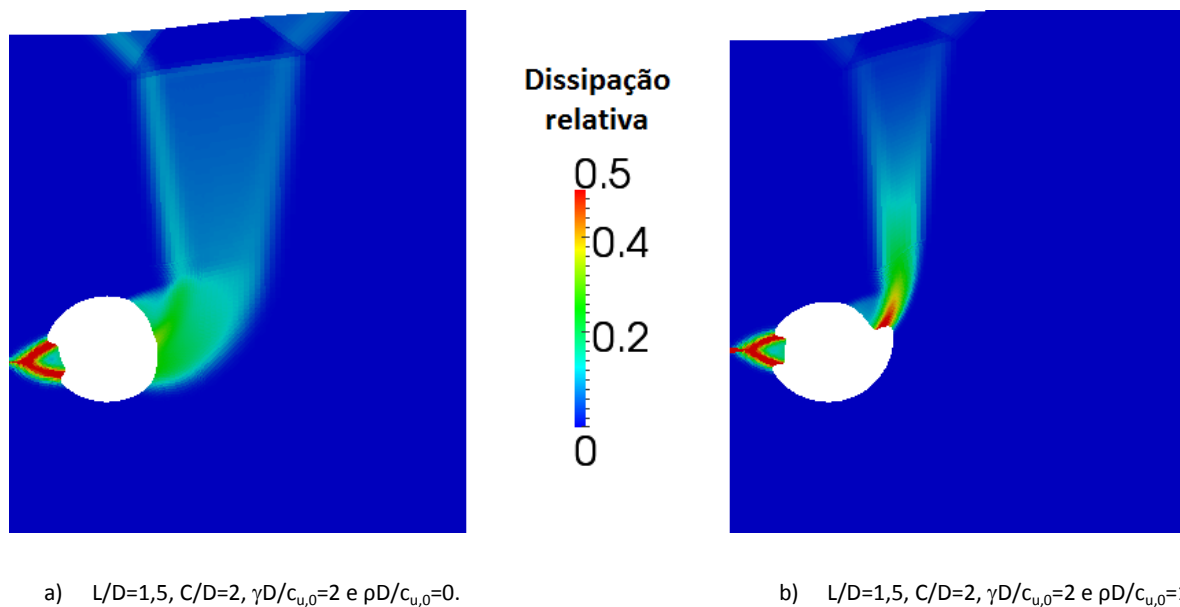
**Figura 80** – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo L/D=1,5 e C/D=2 em função de  $\rho D/c_{u,0}$ .



**Figura 81** – Resultados obtidos no presente estudo para situação túnel duplo L/D=1,5 e C/D=3 em função de  $\rho D/c_{u,0}$ .

Como se pode observar da Figura 78 à Figura 81, verifica-se uma situação similar à de túnel único, ou seja, o aumento de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é directamente proporcional ao aumento do parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$ , excepto nos casos em que se tem simultaneamente  $C/D < 3$ ,  $\gamma D/c_{u,0} > 4$  e  $\rho D/c_{u,0} < 0,50$ , independentemente do afastamento entre eixo de túneis.

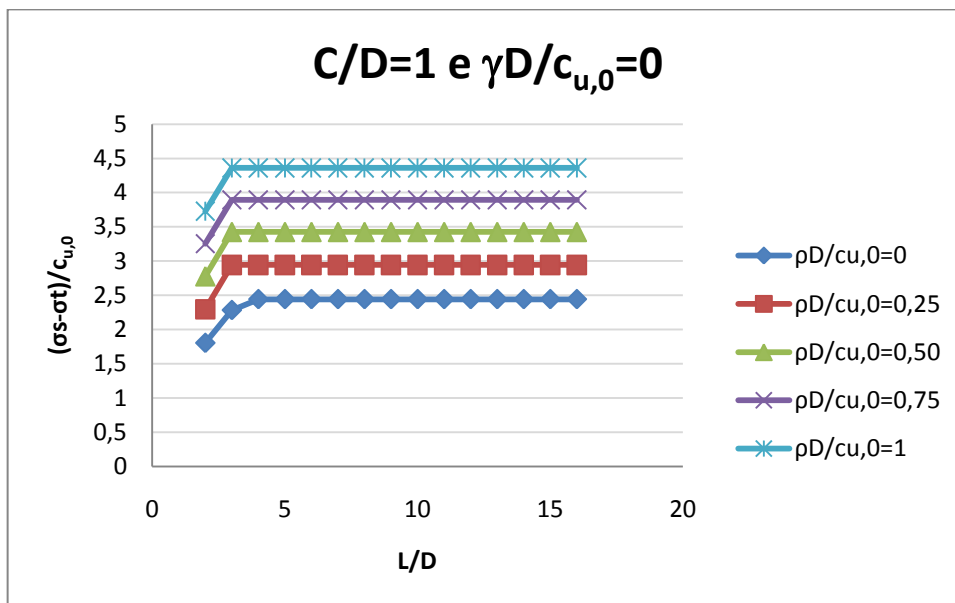
Mostram-se na Figura 82 a) e b) a extensão de solo que sofreu deslocamentos para diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$ .



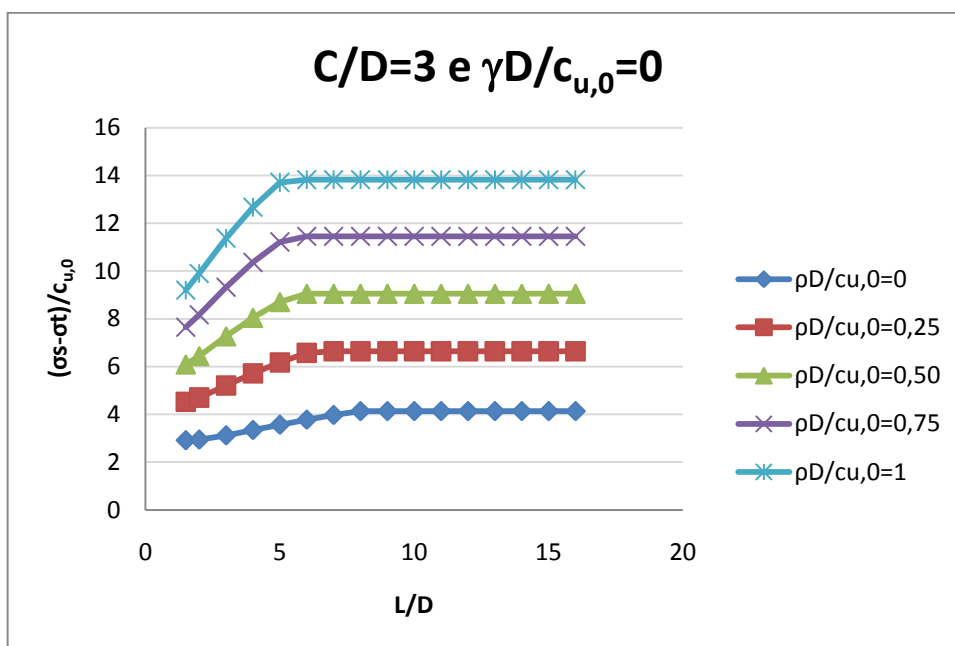
**Figura 82** – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$ .

Neste caso, verifica-se que o aumento do parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$  reduziu a área de solo que sofre deslocamentos bem como o comprimento de solo afectado à superfície. Pode observar-se também que a zona de corte adelgaçou e a zona de interacção entre túneis subiu.

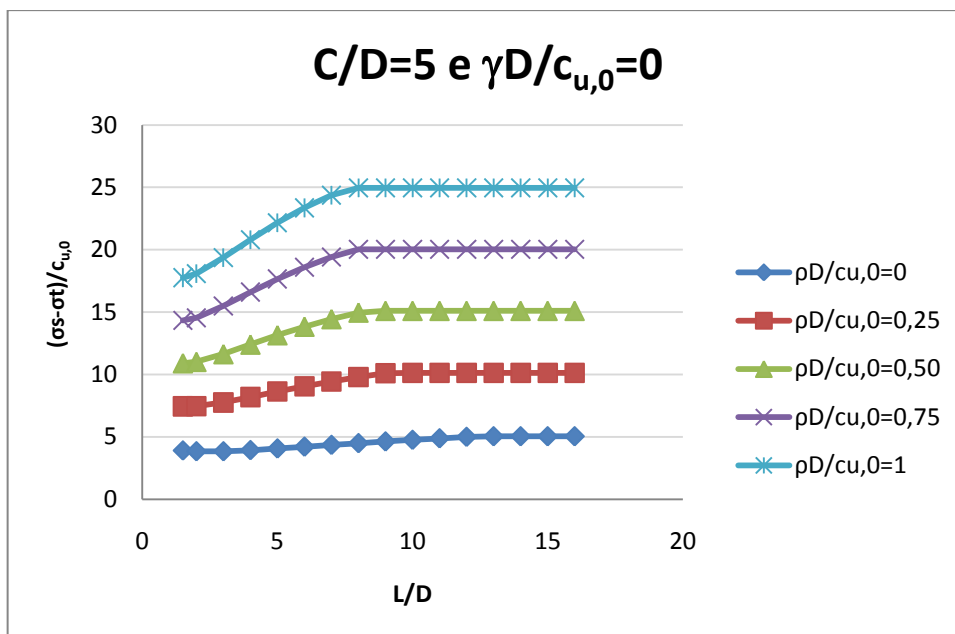
Seguidamente, mostra-se da Figura 83 à Figura 91 os resultados obtidos no presente estudo em função do parâmetro  $L/D$  para diferentes valores de  $\rho D/c_{u,0}$ .



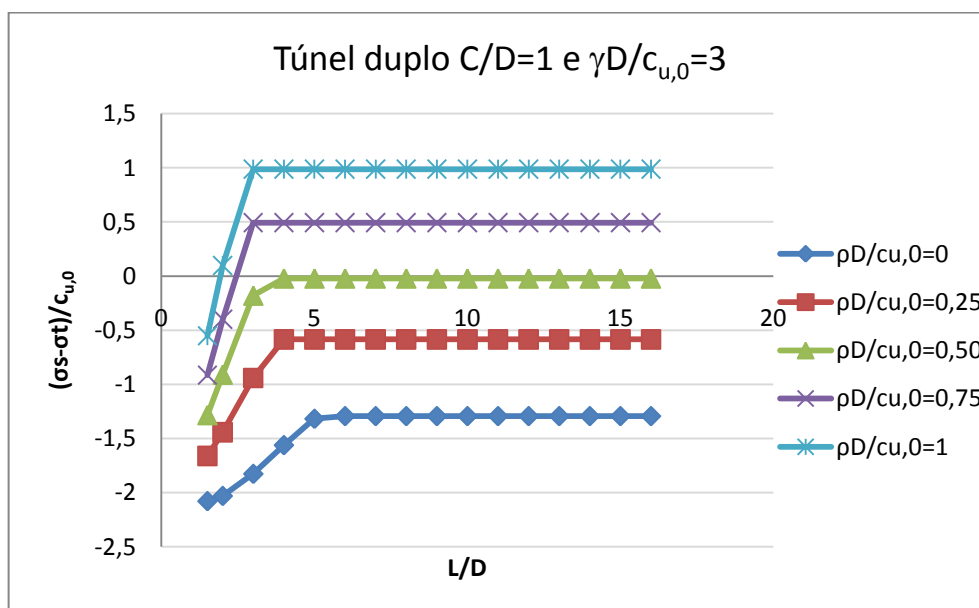
**Figura 83** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=1$  e  $\gamma D/c_{u,0}=0$ .



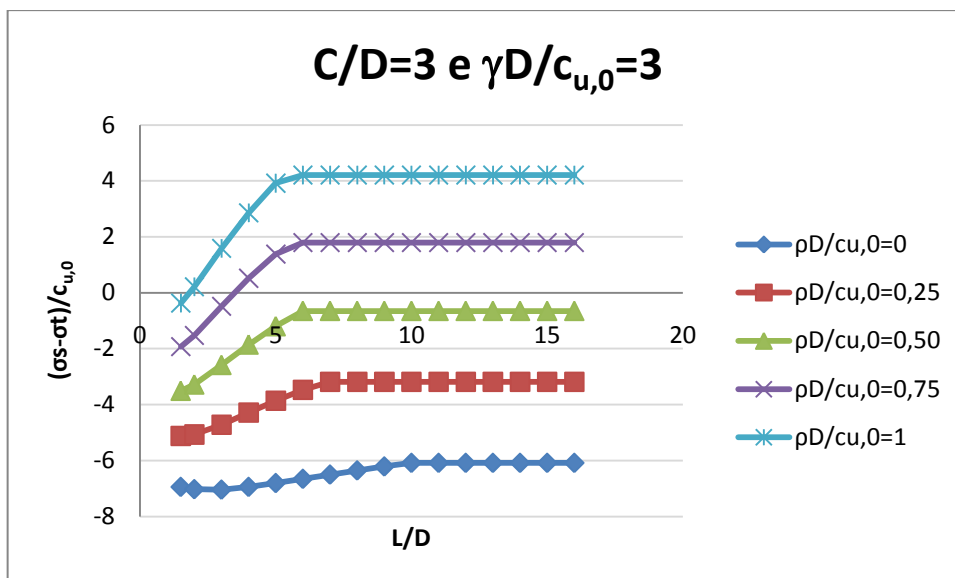
**Figura 84** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=3$  e  $\gamma D/c_{u,0}=0$ .



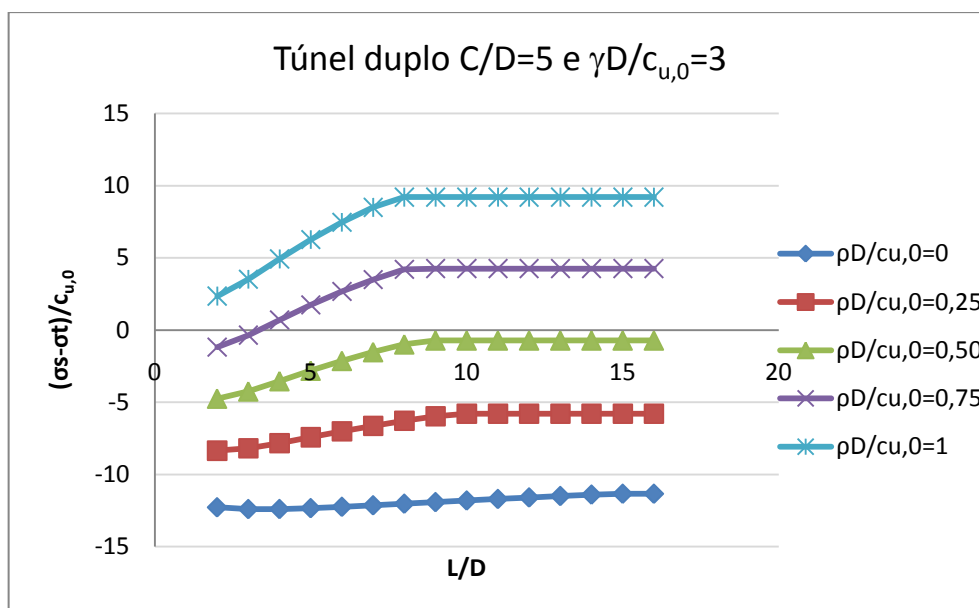
**Figura 85** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=5$  e  $\gamma D/c_{u,0}=0$ .



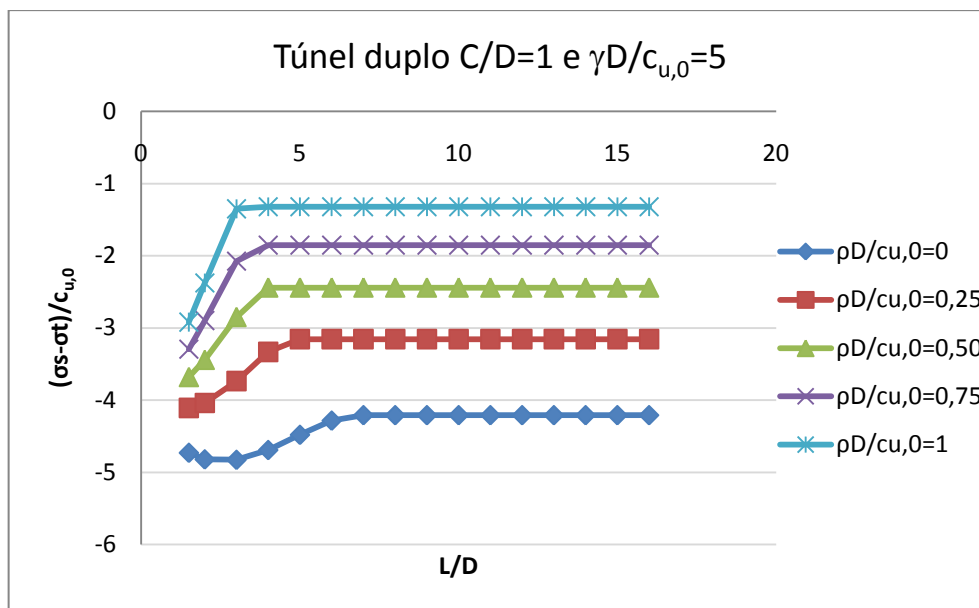
**Figura 86** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=1$  e  $\gamma D/c_{u,0}=3$ .



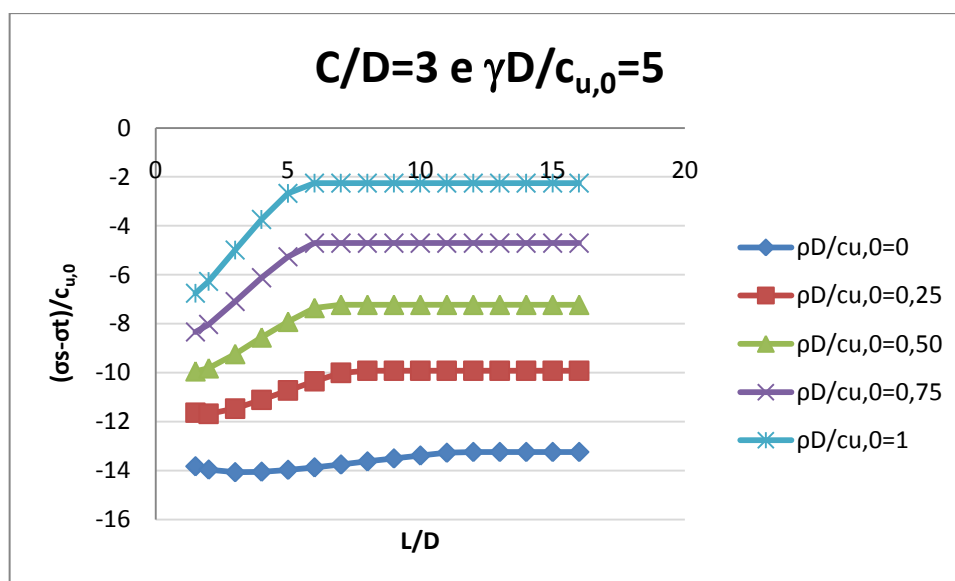
**Figura 87** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=3$  e  $\gamma D/c_{u,0}=3$ .



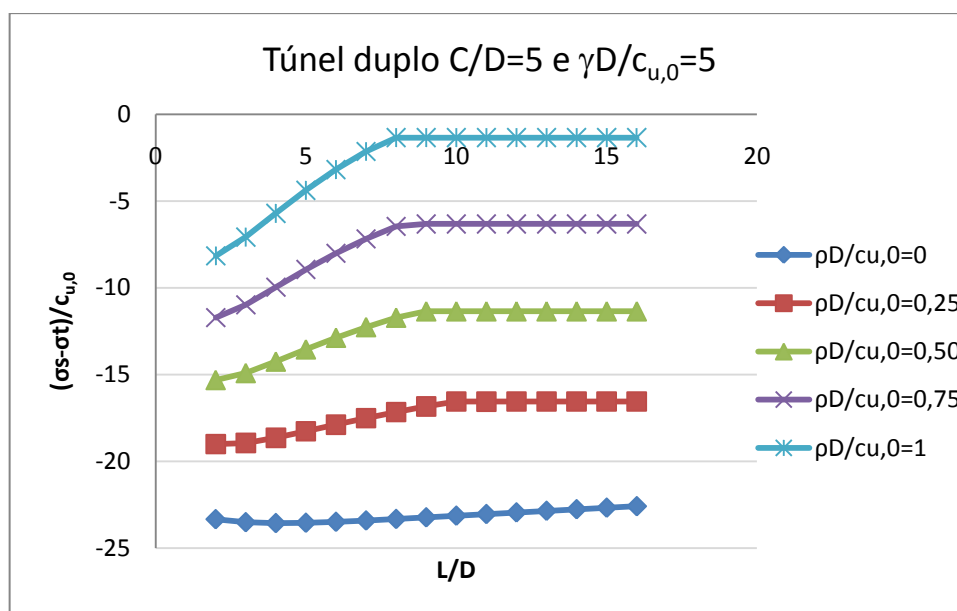
**Figura 88** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=5$  e  $\gamma D/c_{u,0}=3$ .



**Figura 89** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=1$  e  $\gamma D/c_{u,0}=5$ .



**Figura 90** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=3$  e  $\gamma D/c_{u,0}=5$ .

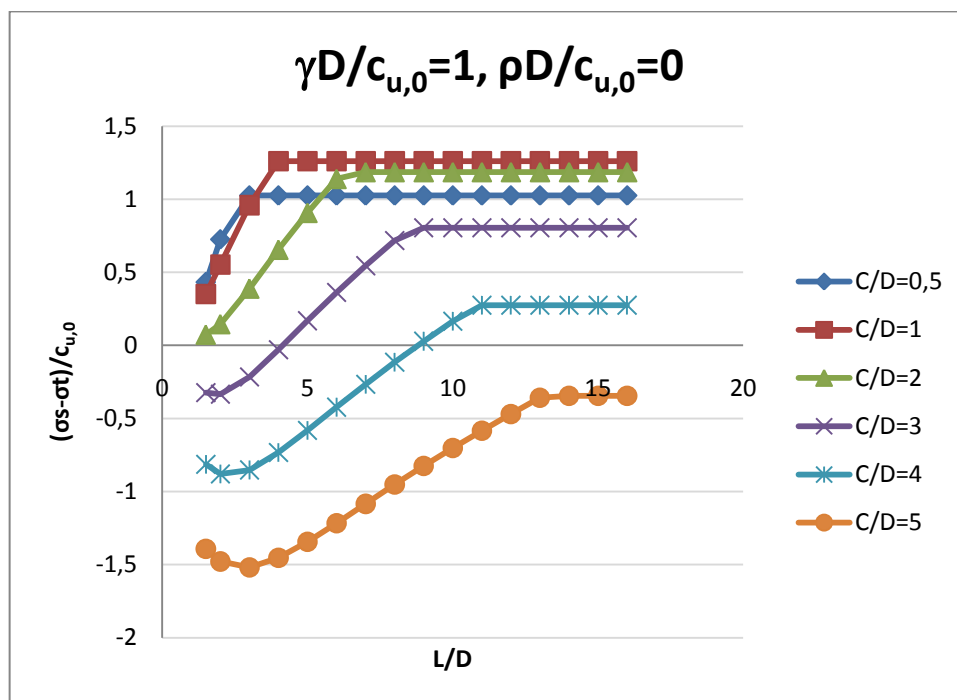


**Figura 91** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=5$  e  $\gamma D/c_{u,0}=5$ .

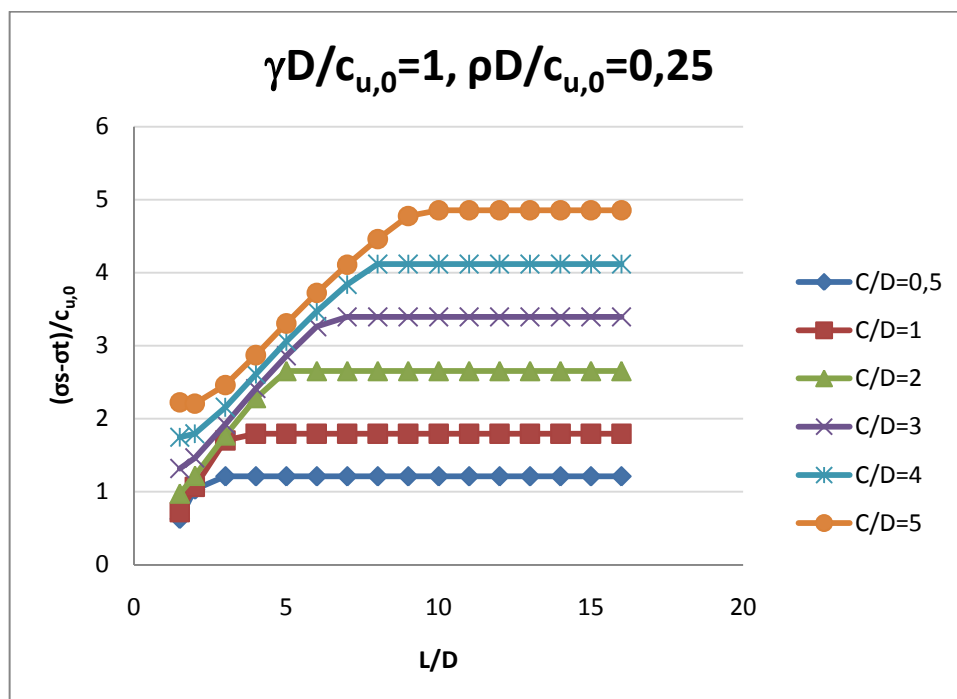
Da Figura 83 à Figura 91 pode observar-se que para os mesmos valores de  $\gamma D/c_{u,0}$  e  $C/D$  as linhas que unem pontos de igual valor de  $pD/c_{u,0}$  são crescentes e, excepto para os casos em que os valores dos parâmetros  $C/D$  ou  $L/D$  são baixos, são também aproximadamente rectilíneas. Nesses casos, o aumento do valor de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é directamente proporcional ao aumento do afastamento entre os eixos de túneis dado pelo parâmetro  $L/D$ , excepto para os casos mencionados. Pode ainda observar-se da Figura 89 à Figura 91 que, para alguns casos em que os valores de  $pD/c_{u,0}$  e  $L/D$  são baixos, o aumento do afastamento entre eixos de túneis faz diminuir o valor de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$ .

Pode observar-se que, quando  $pD/c_{u,0}=0$  e os valores de  $C/D$  são altos, o valor de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  varia pouco com o aumento do afastamento entre os eixos dos túneis.

De seguida, mostra-se da Figura 92 à Figura 98 alguns resultados obtidos no presente estudo em função de  $L/D$  para diferentes valores de  $C/D$ .

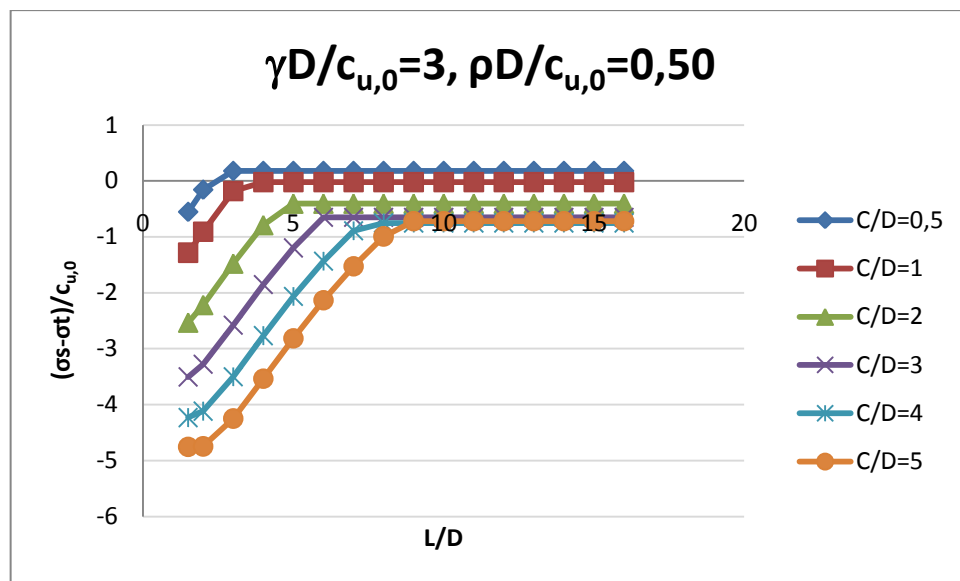


**Figura 92** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $\gamma D/c_{u,0}=1$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ .

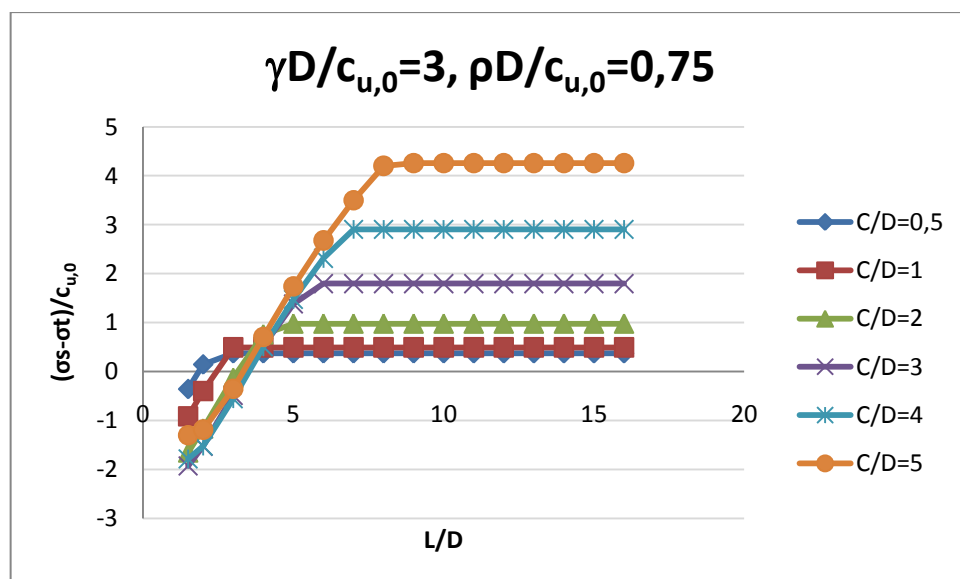


**Figura 93** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $\gamma D/c_{u,0}=1$  e  $\rho D/c_{u,0}=0,25$ .

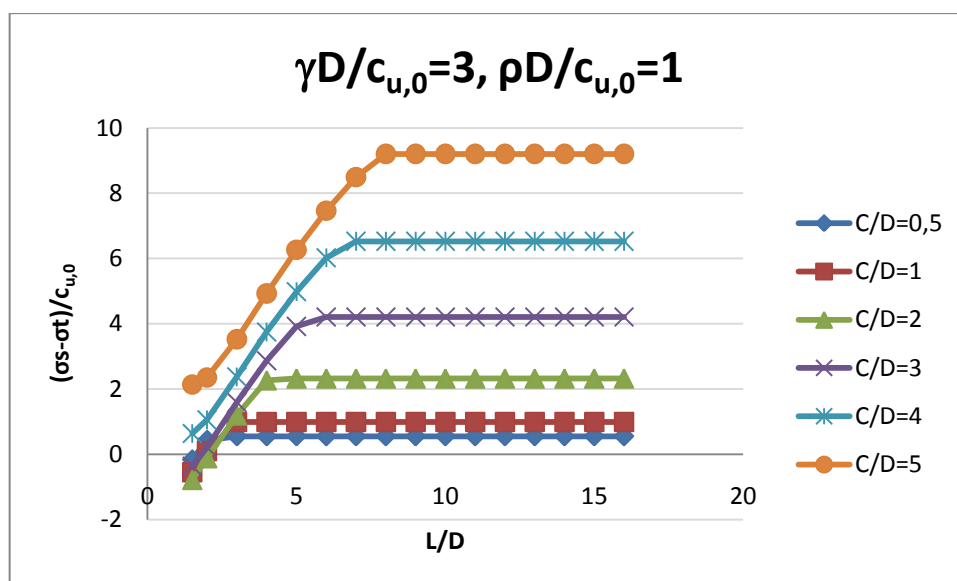




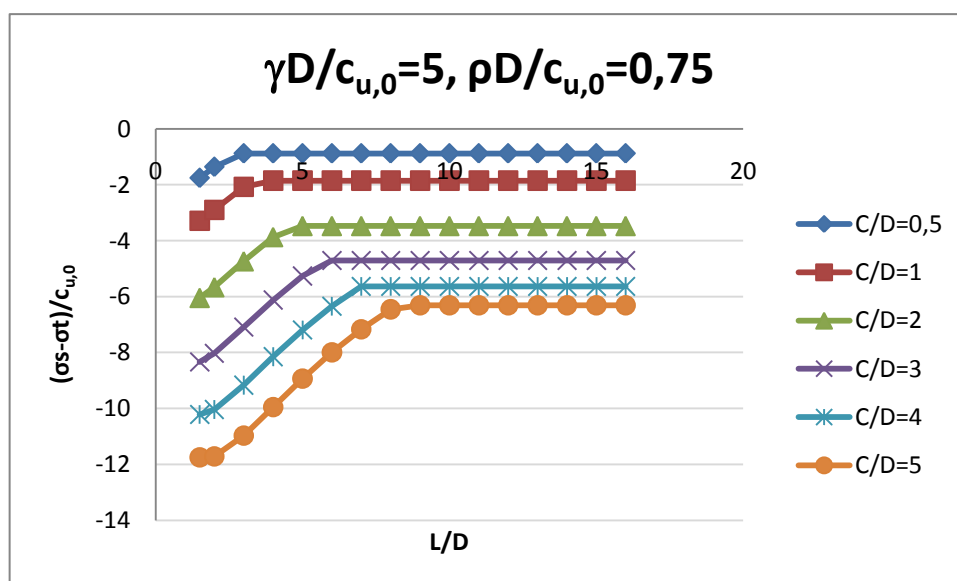
**Figura 94** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $\gamma D/c_{u,0}=3$  e  $\rho D/c_{u,0}=0,50$ .



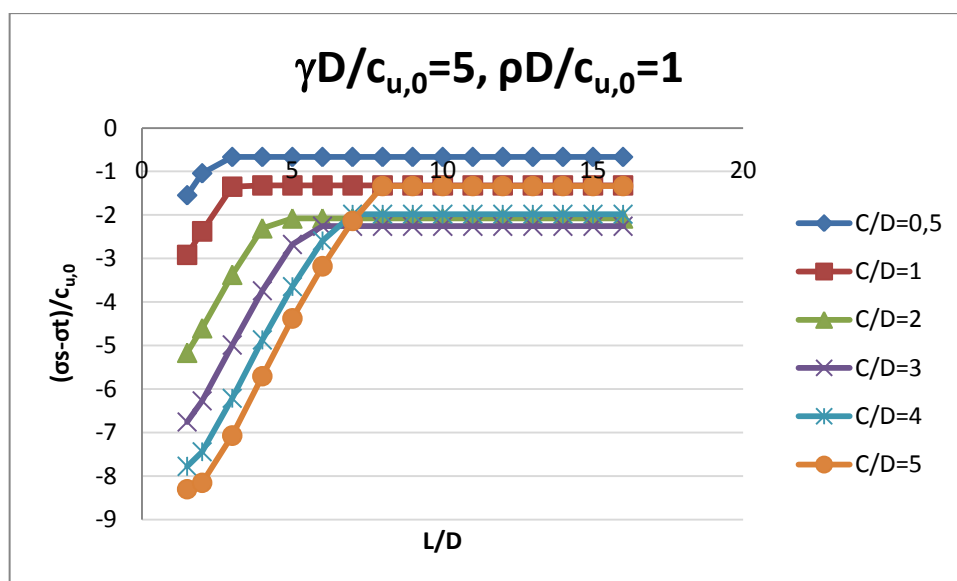
**Figura 95** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $\gamma D/c_{u,0}=3$  e  $\rho D/c_{u,0}=0,75$ .



**Figura 96** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $\gamma D/c_{u,0}=3$  e  $\rho D/c_{u,0}=1$ .



**Figura 97** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $\gamma D/c_{u,0}=5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0,75$ .

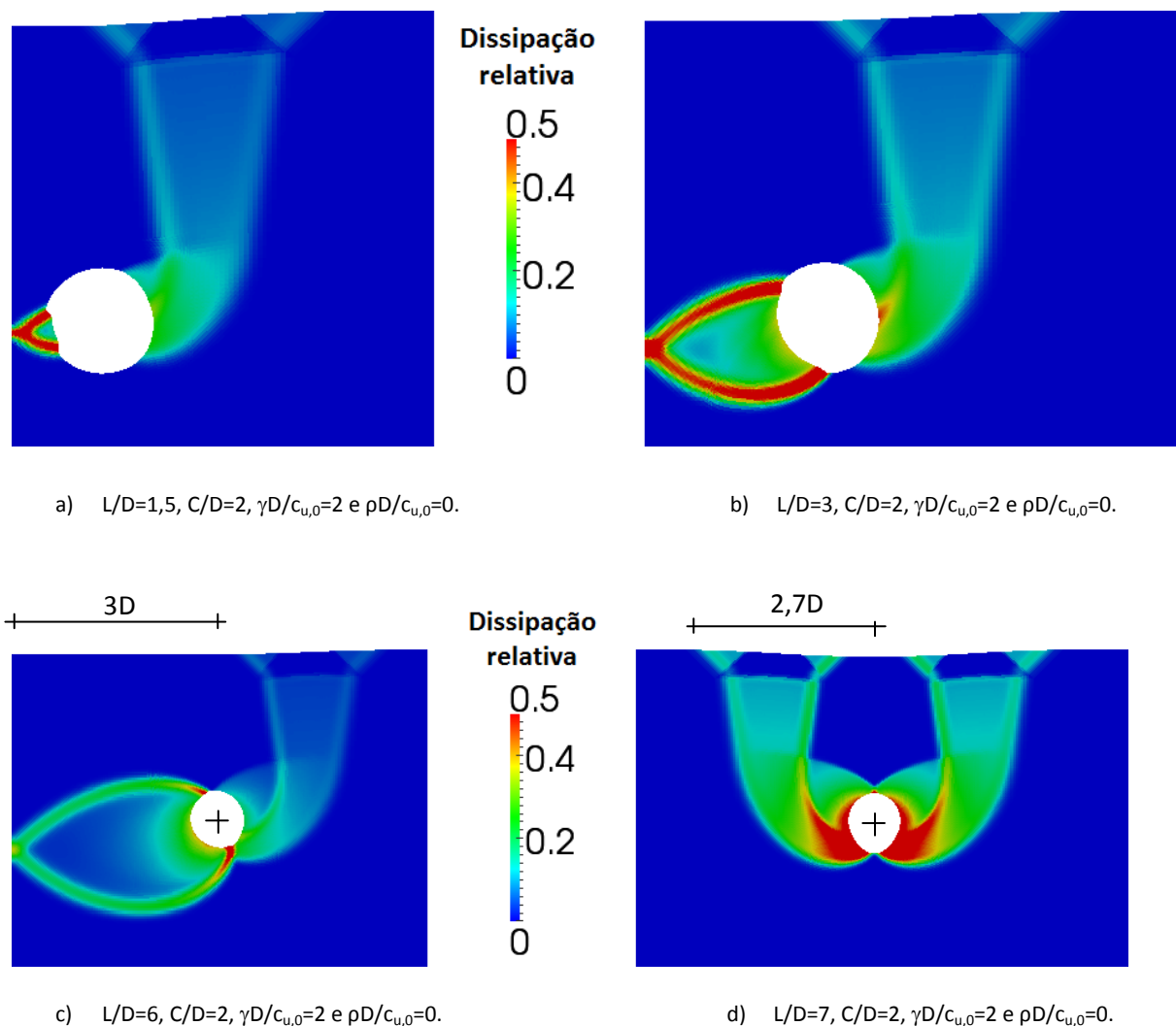


**Figura 98** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $\gamma D/c_{u,0}=5$  e  $\rho D/c_{u,0}=1$ .

Através da Figura 92 à Figura 98 pode observar-se que, como esperado, o factor que mais influencia a variação da interacção entre os túneis é o factor geométrico  $C/D$  do problema e a localização da perda de interacção acontece, aproximadamente, para  $L/D=2 \cdot C/D$ , excepto nos casos em que  $\rho D/c_{u,0}=0$  ou quando a altura de recobrimento dos túneis  $C/D < 2$ , em que a localização da perda de interacção acontece para  $L/D > 2 \cdot C/D$ . Pode também observar-se que existe uma fase de transição no que diz respeito aos valores de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  à medida que aumenta o valor da resistência do solo dada pelo parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$ . Assim, a linha que une pontos referentes a  $C/D=5$  é aquela que apresenta valores de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  mais baixos quando os valores de  $\rho D/c_{u,0}$  são também mais baixos, facto que deixa de se verificar à medida que aumenta o valor deste parâmetro, verificando-se mesmo que a linha correspondente a  $C/D=5$  passa a apresentar valores de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  mais elevados.

Há que referir que, devido à diferença entre as escalas verticais, é difícil de obter uma ideia clara dos resultados obtidos.

De seguida, apresenta-se na Figura 99 a extensão de solo que sofreu deslocamentos para valores diferentes de  $L/D$ .

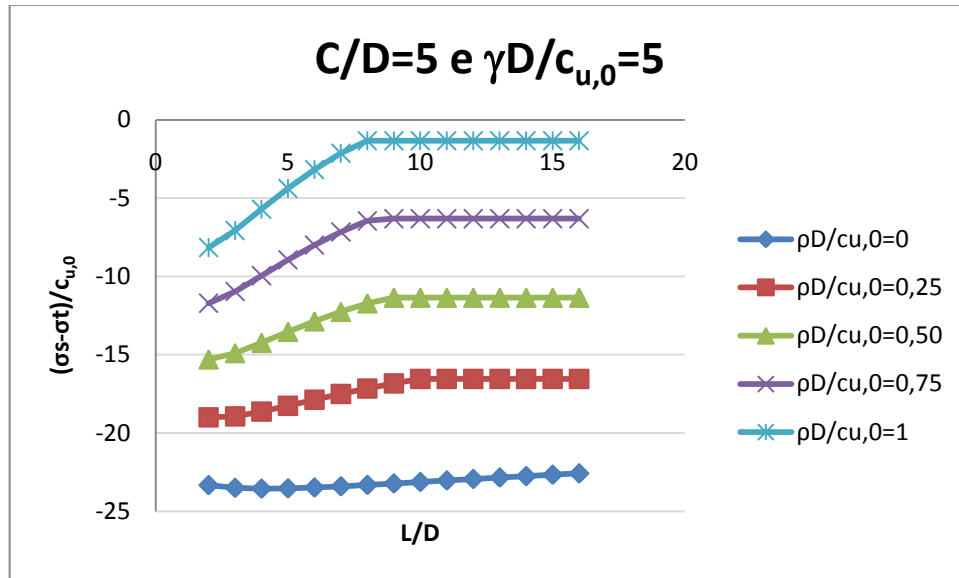


**Figura 99** – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de  $L/D$ .

Como se pode observar, o aumento do afastamento entre os eixos dos túneis segundo o parâmetro  $L/D$ , fez com que a área de solo que sofre dissipações aumente, sendo este aumento mais notável na zona de interacção entre túneis. Atingindo-se um determinado valor de  $L/D$ , o túnel comporta-se como único devido à perda de interacção entre túneis e a área de solo que sofre dissipações diminui. Pode notar-se também na Figura 99 d), situação em que o túnel se comporta como túnel único, ou seja, não interage com o seu adjacente, que a distância à superfície entre o eixo do túnel e a linha criada pelo mecanismo é de  $2,7D$ . Assim, poderia pensar-se que, para uma situação em que  $C/D=2$ ,  $\gamma D/c_{u,0}=2$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ , dois túneis construídos a uma distância entre eixos de  $L/D=5,4$  não interagem entre si. Como pode observar-se na Figura 99 c) tal não acontece, visto que dois túneis construídos nas

condições mencionadas e a uma distância entre eixos de  $L/D=6$  ainda interagem entre si. Deste facto pode concluir-se que o efeito criado pela construção de dois túneis paralelos não deve ser avaliado sobrepondo os efeitos criados pela construção de dois túneis únicos, como sugerido por Osman (2010).

De seguida, apresenta-se na Figura 100 alguns resultados obtidos no presente estudo em função de  $L/D$ .



**Figura 100** – Resultados obtidos no presente estudo para situação de túnel duplo  $C/D=5$  e  $\gamma D/c_{u,0}=5$ .

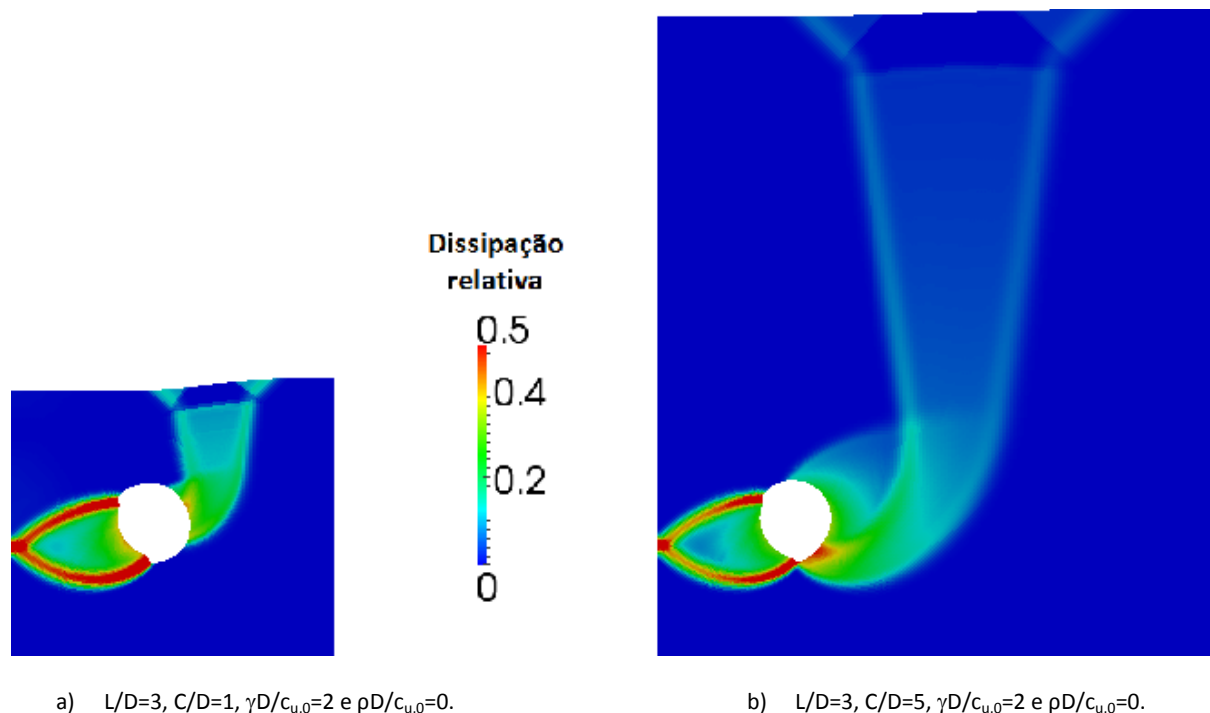
Pode observar-se que o caso mais desfavorável é apresentado nesta figura e acontece quando  $C/D=5 \cap \gamma D/c_{u,0}=5 \cap \rho D/c_{u,0}=0 \cap L/D=4$ , onde o carregamento  $\sigma_t$  mínimo necessário aplicar no interior dos dois túneis para que nesta situação os túneis não colapssem é dado pela inequação:

$$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}} < -23,55 \Rightarrow \sigma_t > 23,55c_{u,0} + \sigma_s \quad [15]$$

que, no caso particular de  $\gamma D/c_{u,0}=5$ , é equivalente a:

$$\sigma_t > 23,55 \frac{\gamma D}{5} + \sigma_s \Rightarrow \sigma_t > 4,71\gamma D + \sigma_s \quad [16]$$

De seguida, apresenta-se na Figura 101 a extensão de solo que sofreu dissipações para valores diferentes de  $C/D$ .

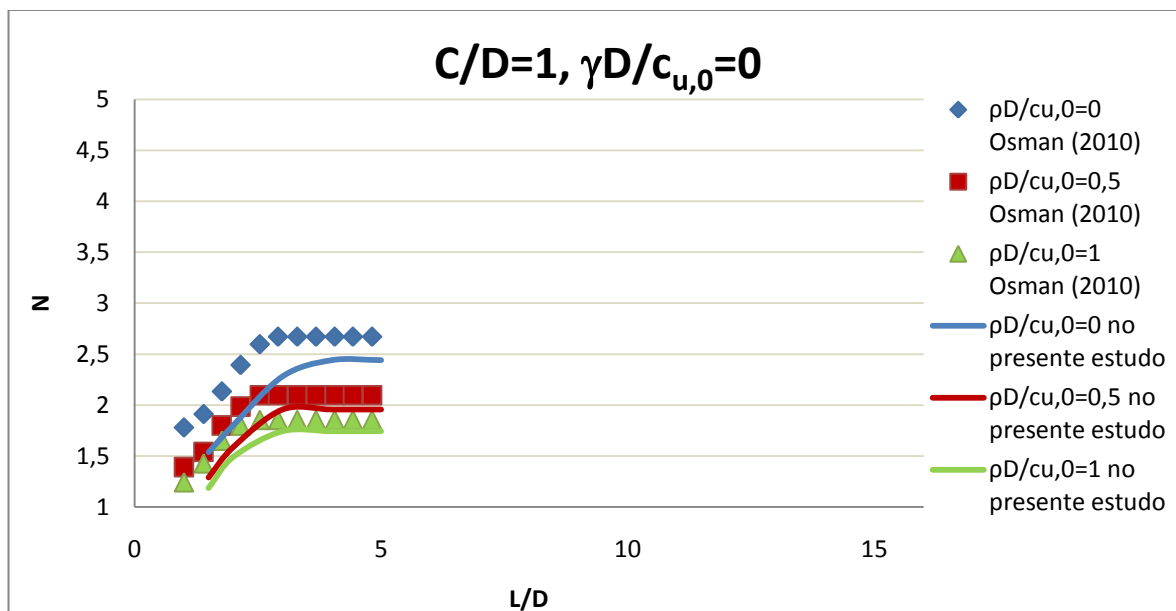


**Figura 101** – Campo de dissipações e malha deformada para diferentes valores de  $C/D$ .

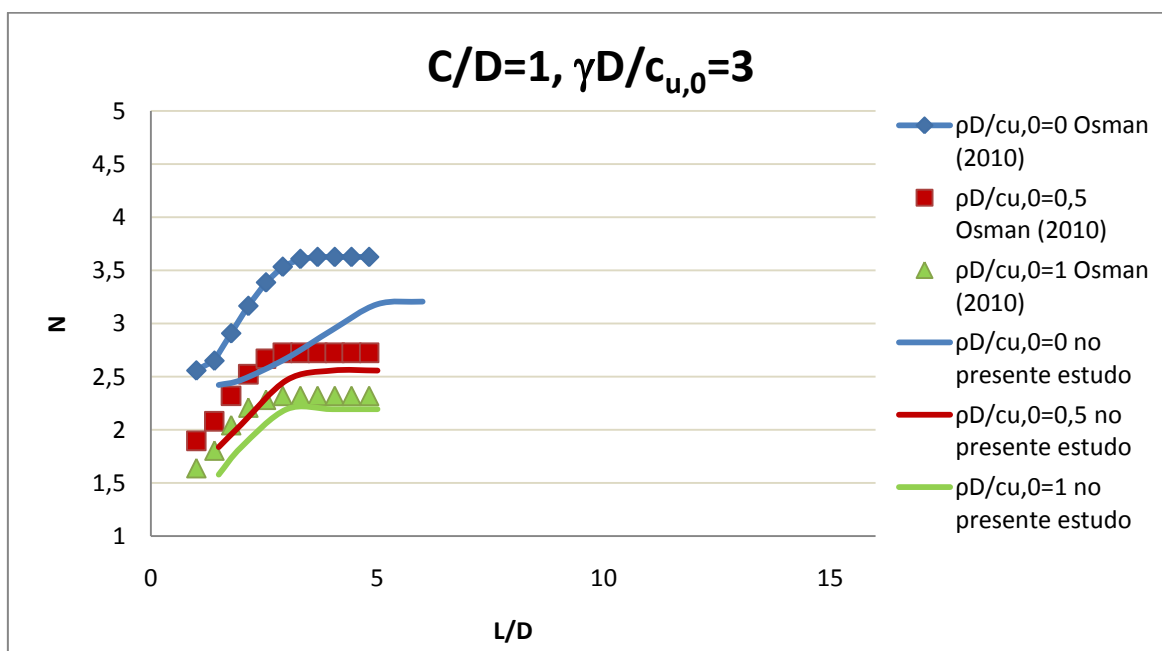
Como se pode observar na Figura 101, apesar de os mecanismos serem idênticos, o aumento da altura de recobrimento fez aumentar, naturalmente, a área de solo que sofreu deslocamentos, notando-se um aumento da dissipação por baixo do túnel mas, na zona em que há interacção entre túneis, a dissipação pouco se altera.

### 8.2.1. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS OBTIDOS ATRAVÉS DA ANÁLISE LIMITE

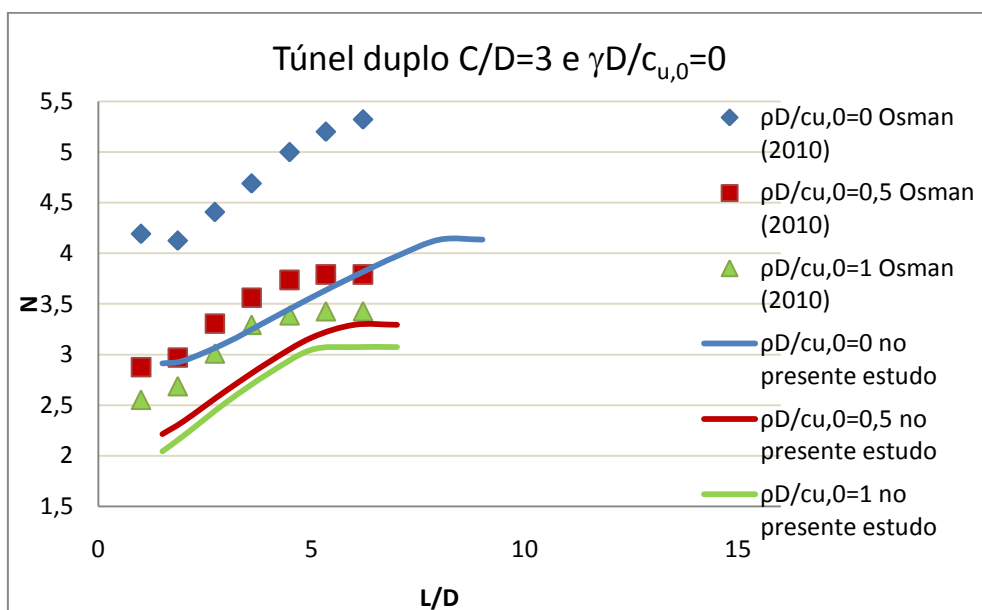
Da Figura 102 à Figura 107 apresenta-se a comparação entre as soluções da região superior obtidas neste estudo e as obtidas por Osman (2010), apresentando-se o número de estabilidade  $N$  em função do parâmetro adimensional que define o afastamento entre os túneis  $L/D$ .



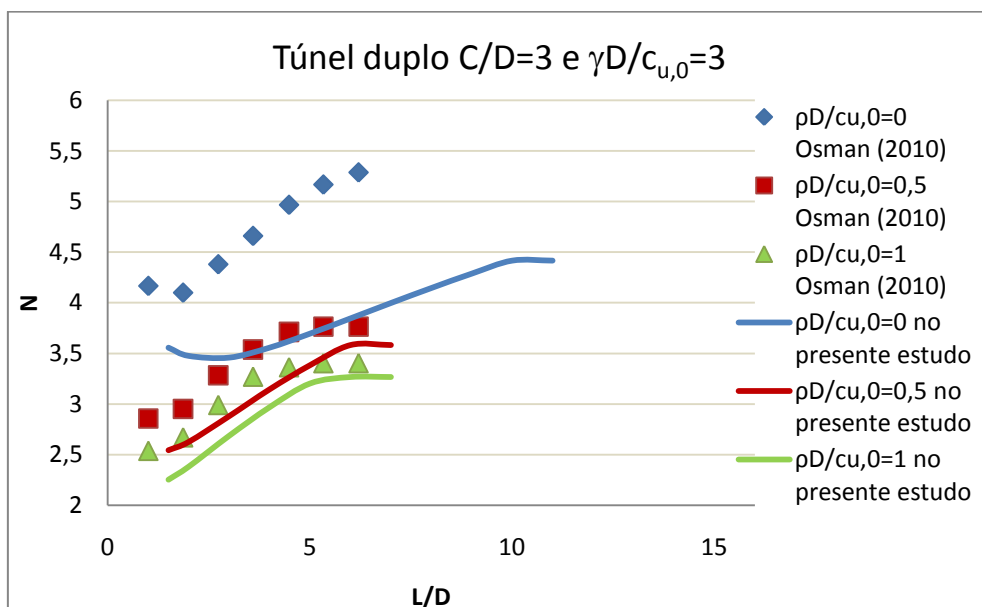
**Figura 102** – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$  e  $C/D=1$ ).



**Figura 103** – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$  e  $C/D=1$ ).

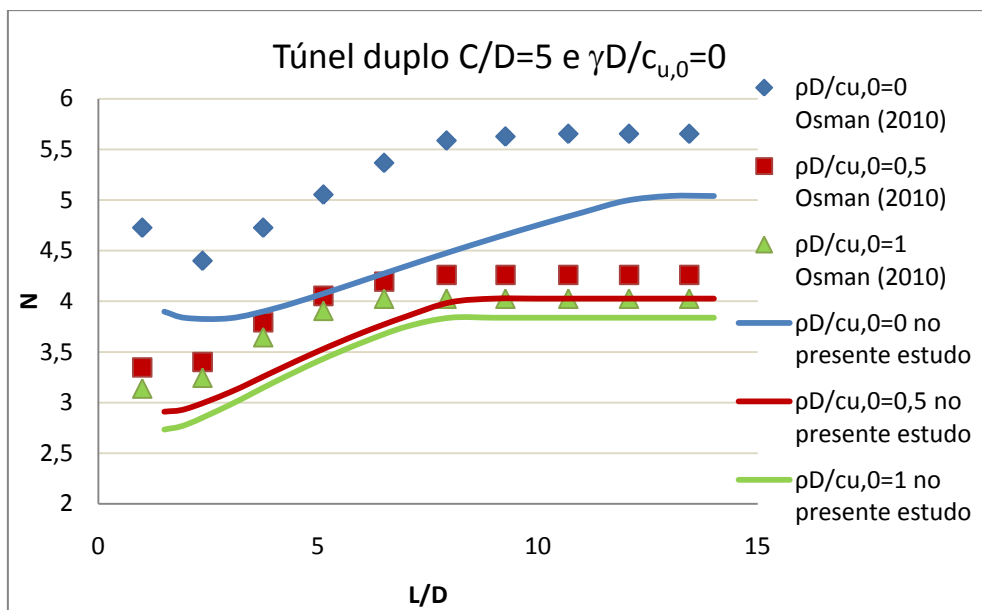


**Figura 104** – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$  e  $C/D=3$ ).

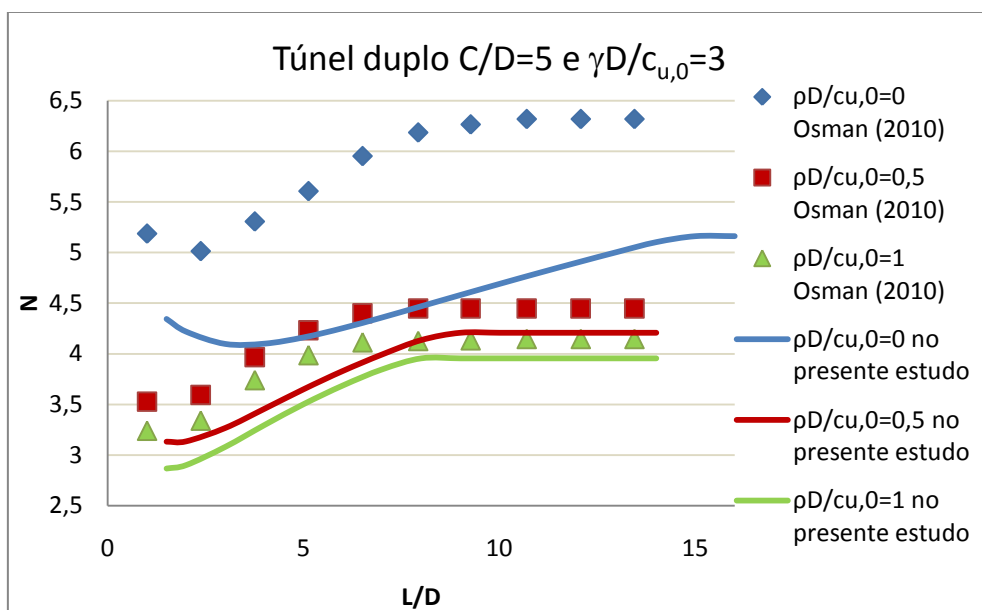


**Figura 105** – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$  e  $C/D=3$ ).





**Figura 106** – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=0$  e  $C/D=5$ ).



**Figura 107** – Comparação entre soluções da região superior obtidas no presente estudo e por Osman (2010) para a situação de túnel duplo ( $\gamma D/c_{u,0}=3$  e  $C/D=5$ ).

Através das soluções obtidas no presente estudo pode notar-se que estas são inferiores às soluções obtidas por Osman (2010) e ainda que a perda de interação entre os dois túneis acontece para valores maiores de  $L/D$ , sendo mais notável quando  $\rho D/c_{u,0}=0$ . No entanto, como não foram obtidas soluções da região inferior, não se consegue analisar a qualidade das melhorias conseguidas.

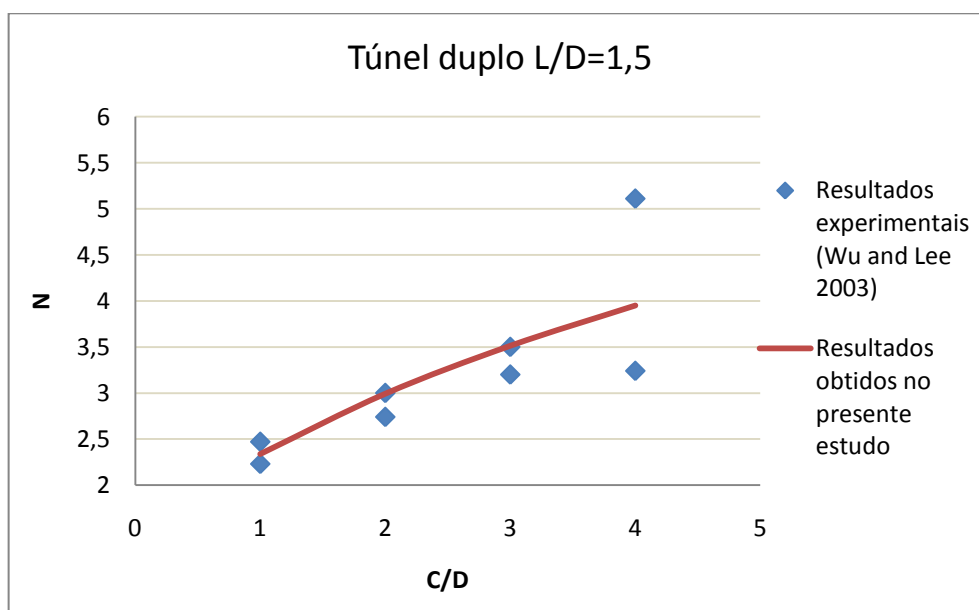
### 8.2.2. COMPARAÇÃO COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

De modo similar ao sucedido na situação de túnel único, efectuaram-se alguns cálculos para a situação de túnel duplo, com o intuito de poder comparar os resultados obtidos no presente estudo com os resultados experimentais de Wu e Lee (2003), resultados estes que foram efectuados para um afastamento entre o eixo dos túneis de  $L/D=1,5$ . Na Tabela 14 estão expostos os resultados obtidos no presente estudo. Deve relembrar-se que como não é explícito o valor do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$  utilizado nas soluções experimentais obtidas por Wu e Lee (2003), será assumido que este toma o valor de 2,6, uma vez que estes autores fizeram a comparação com outros valores experimentais obtidos por Mair (1979), que por sua vez considera o valor do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .

**Tabela 14** – Resultados obtidos no presente estudo para  $L/D=1,5$  e  $\rho D/c_{u,0}=0$ .

$N$	
$\frac{C}{D}$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2,6$
1	2,34
2	2,99
3	3,51
4	3,95

Na Figura 108 pode observar-se a comparação dos resultados obtidos experimentalmente por Wu e Lee (2003) e os obtidos no presente estudo, assumindo-se que  $\gamma D/c_{u,0}=2,6$ .



**Figura 108** – Comparação de resultados obtidos no presente estudo e experimentalmente para a situação de túnel duplo.

Como se pode observar, as soluções obtidas no presente estudo aproximam-se significativamente dos obtidos experimentalmente.

## **9. PROPOSTA DE FORMULAÇÃO**

### **9.1. SITUAÇÃO TÚNEL ÚNICO**

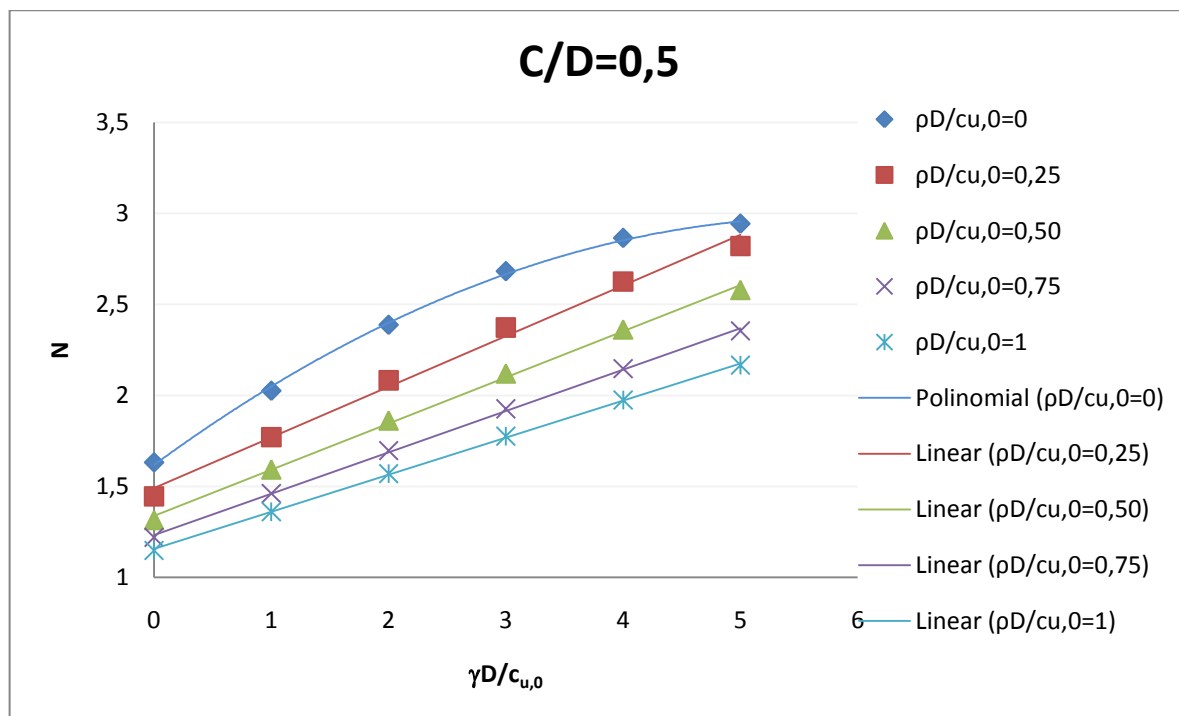
A análise de resultados pôs em evidência comportamentos típicos de evolução da estabilidade em função dos parâmetros pertinentes. Nesse sentido, foi decidido tentar esclarecer a possibilidade de existência de um comportamento cujo andamento pode ser caracterizado globalmente. Para tal tentou-se adequar os resultados obtidos a fórmulas matemáticas relativamente simples. Para a proposta de formulação, vão ser usados os valores de  $N$  por estes serem de maior grandeza e por consequência criarem erros de menor valor. Como tal, apresenta-se na Tabela 15 os resultados de  $N$ , obtidos para a situação de túnel único, em função de  $\gamma D/c_{u,0}$ ,  $C/D$  e  $\rho D/c_{u,0}$ .

**Tabela 15** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel único (N).

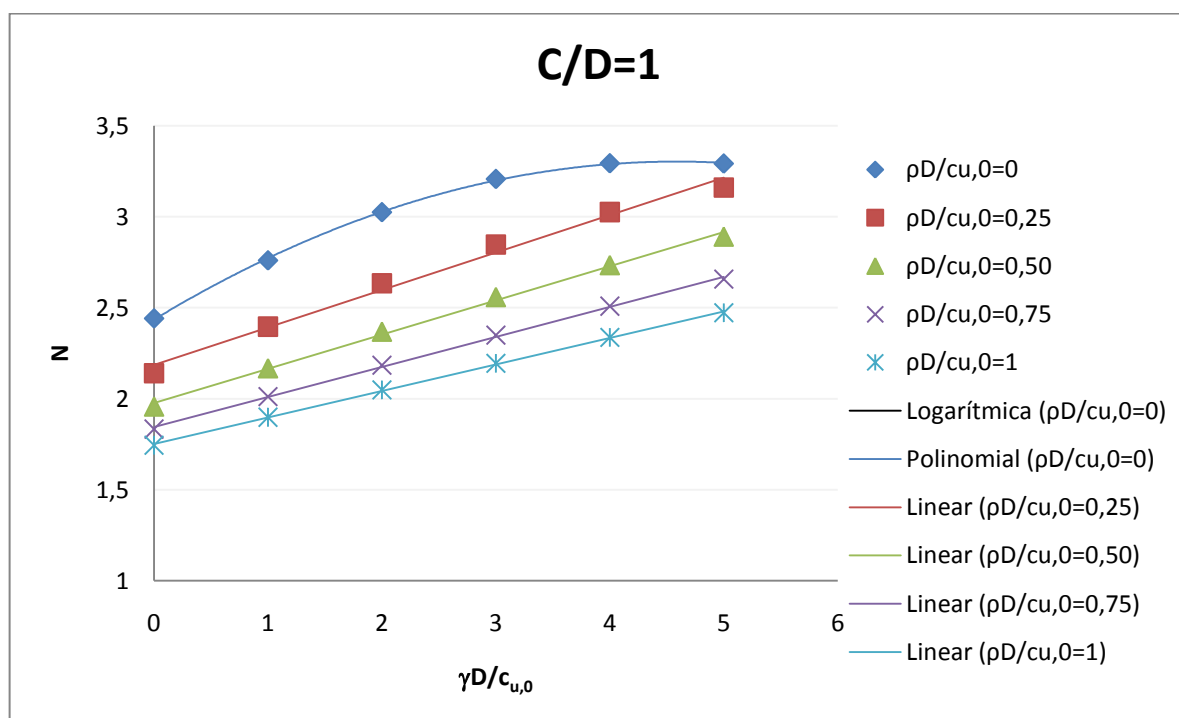
$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$N$					
		$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
0,5	0	1,63	2,03	2,39	2,68	2,87	2,94
	0,25	1,44	1,77	2,08	2,37	2,63	2,82
	0,5	1,32	1,59	1,86	2,12	2,36	2,58
	0,75	1,22	1,46	1,70	1,93	2,15	2,35
	1	1,15	1,36	1,57	1,78	1,97	2,17
1	0	2,44	2,76	3,02	3,21	3,29	3,29
	0,25	2,14	2,40	2,63	2,85	3,03	3,16
	0,5	1,96	2,17	2,37	2,56	2,73	2,89
	0,75	1,83	2,01	2,18	2,35	2,51	2,66
	1	1,74	1,90	2,05	2,19	2,34	2,47
2	0	3,46	3,69	3,84	3,91	3,90	3,83
	0,25	2,99	3,17	3,33	3,47	3,58	3,66
	0,5	2,76	2,90	3,03	3,15	3,27	3,36
	0,75	2,62	2,73	2,84	2,95	3,05	3,14
	1	2,53	2,62	2,72	2,81	2,89	2,98
3	0	4,14	4,31	4,40	4,42	4,37	4,26
	0,25	3,54	3,68	3,80	3,90	3,98	4,04
	0,5	3,29	3,40	3,49	3,58	3,66	3,74
	0,75	3,16	3,24	3,32	3,39	3,46	3,53
	1	3,07	3,14	3,21	3,27	3,33	3,39
4	0	4,64	4,77	4,84	4,82	4,75	4,62
	0,25	3,94	4,06	4,15	4,23	4,30	4,35
	0,5	3,70	3,78	3,85	3,92	3,99	4,04
	0,75	3,57	3,63	3,69	3,75	3,80	3,85
	1	3,49	3,54	3,59	3,64	3,69	3,73
5	0	5,04	5,15	5,19	5,16	5,07	4,92
	0,25	4,27	4,36	4,44	4,51	4,57	4,61
	0,5	4,03	4,09	4,15	4,21	4,26	4,31
	0,75	3,91	3,96	4,01	4,05	4,09	4,13
	1	3,84	3,88	3,92	3,95	3,99	4,03

Com o auxílio de uma folha de cálculo, representaram-se estes valores em seis gráficos (Figura 109 a Figura 114), cada um relativo a um determinado valor de  $C/D$ . Verificou-se que o andamento dos valores de  $N$  em função de  $\gamma D/c_{u,0}$  para  $\rho D/c_{u,0}=0$ , é diferente do andamento dos valores de  $N$  para  $\rho D/c_{u,0}>0$ , conduzindo a uma análise separada destes dois casos.

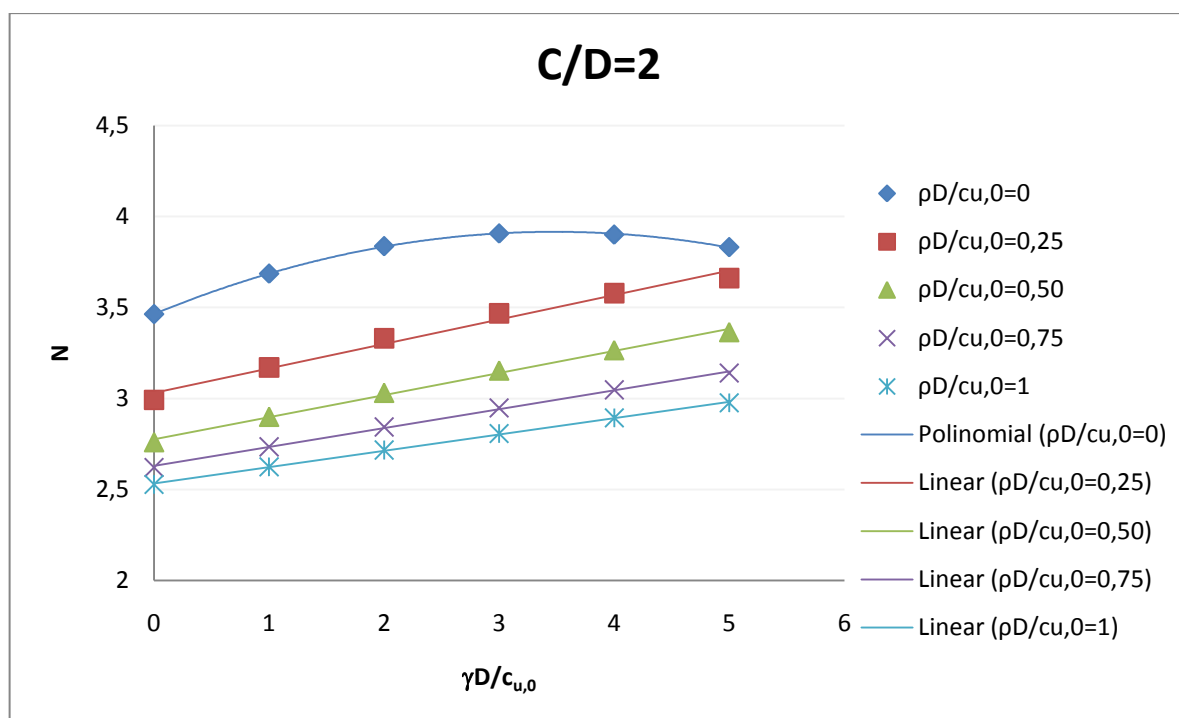
Com o auxílio de uma folha de cálculo conseguiu-se encontrar a linha de tendência que melhor se aproximava dos valores de  $N$ . Para o caso em que  $\rho D/c_{u,0}=0$ , a linha de tendência encontrada é polinomial de segundo grau e toma a forma  $y=ax^2+bx+c$ ; para o caso em que  $\rho D/c_{u,0}>0$ , as linhas de tendência encontradas são também polinomiais mas de primeiro grau assumindo a forma  $y=mx+d$ .



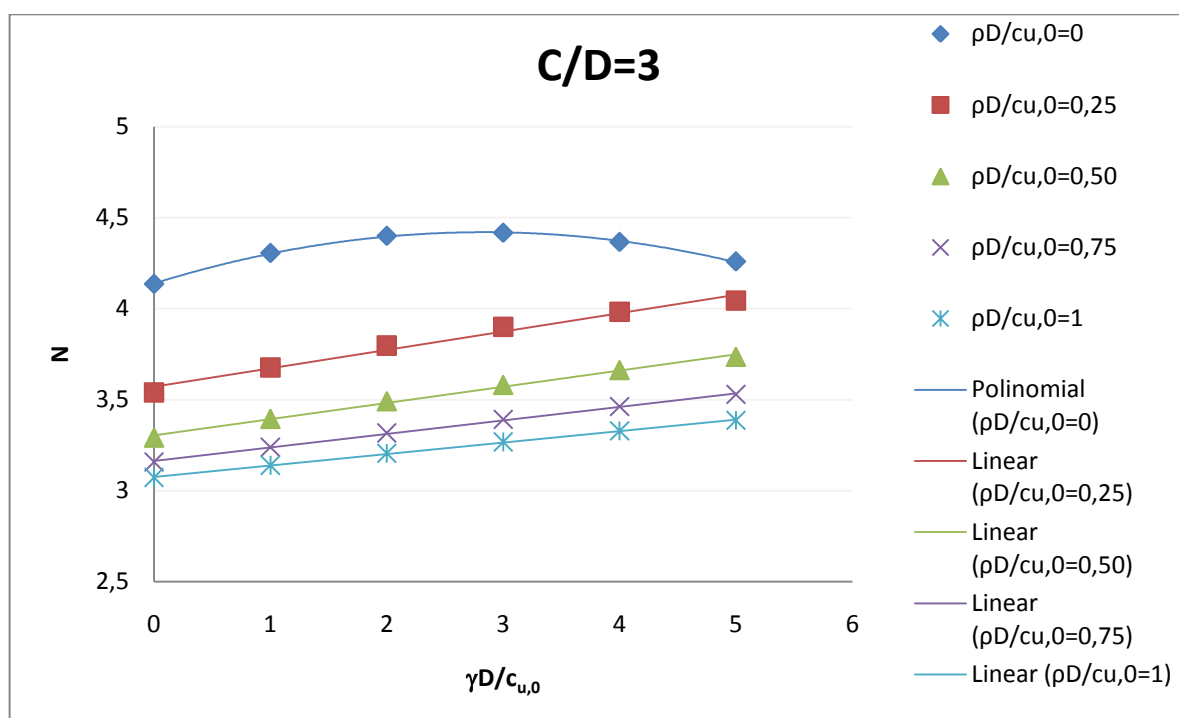
**Figura 109** – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=0,5$ ).



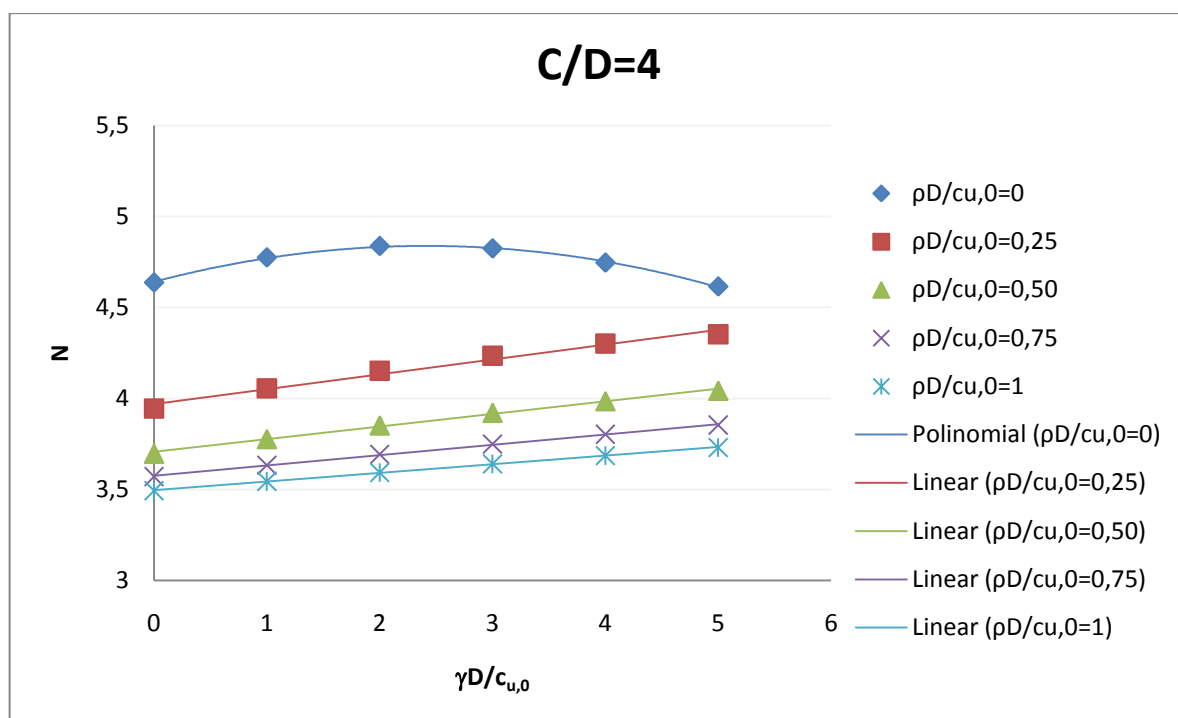
**Figura 110** – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=1$ ).



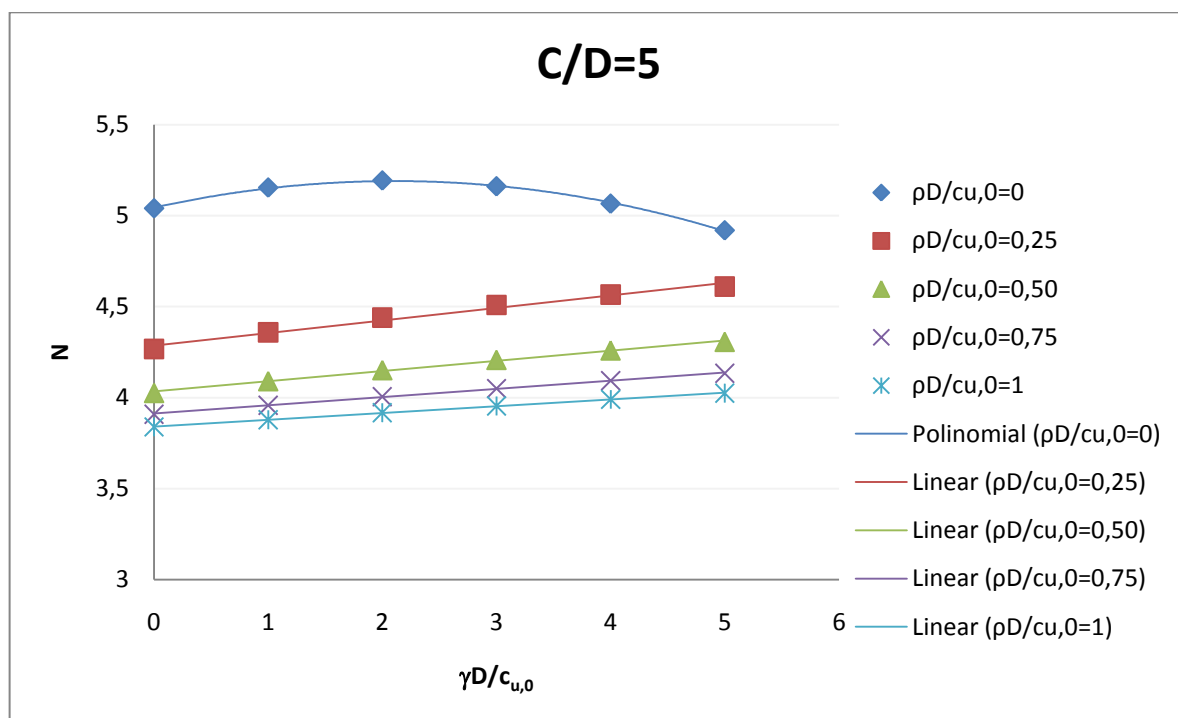
**Figura 111** – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=2$ ).



**Figura 112** – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=3$ ).



**Figura 113** – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=4$ ).



**Figura 114** – Linhas de tendência de soluções da região superior obtidas no presente estudo ( $C/D=5$ ).

Mostram-se separadamente, para cada valor de  $C/D$ , as equações anteriormente obtidas, de forma a serem mais perceptíveis e identificáveis.

Para  $\frac{c}{D} = 0,5$

$$N = -0,0409 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right)^2 + 0,4723 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right) + 1,6178 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0 \quad [17]$$

$$N = 0,2781 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 1,4911 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,25 \quad [18]$$

$$N = 0,2538 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 1,3374 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,50 \quad [19]$$

$$N = 0,2272 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 1,2333 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,75 \quad [20]$$

$$N = 0,2039 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 1,1565 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 1 \quad [21]$$

Para  $\frac{c}{D} = 1$

$$N = -0,0413 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right)^2 + 0,3787 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right) + 2,4346 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0 \quad [22]$$

$$N = 0,2057 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 2,1862 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,25 \quad [23]$$

$$N = 0,1875 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 1,9772 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,50 \quad [24]$$

$$N = 0,1651 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 1,8445 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,75 \quad [25]$$

$$N = 0,1458 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 1,7514 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 1 \quad [26]$$



Para  $\frac{c}{D} = 2$

$$N = -0,0373 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right)^2 + 0,2597 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right) + 3,464 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0 \quad [27]$$

$$N = 0,1345 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,0308 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,25 \quad [28]$$

$$N = 0,1213 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 2,7756 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,50 \quad [29]$$

$$N = 0,104 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 2,6293 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,75 \quad [30]$$

$$N = 0,0897 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 2,5338 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 1 \quad [31]$$

Para  $\frac{c}{D} = 3$

$$N = -0,0351 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right)^2 + 0,199 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right) + 4,1384 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0 \quad [32]$$

$$N = 0,1012 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,5706 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,25 \quad [33]$$

$$N = 0,0888 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,305 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,50 \quad [34]$$

$$N = 0,0743 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,1641 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,75 \quad [35]$$

$$N = 0,0629 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,0764 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 1 \quad [36]$$

Para  $\frac{c}{D} = 4$

$$N = -0,0339 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right)^2 + 0,1637 + 4,6409 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0 \quad [37]$$

$$N = 0,0817 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,9692 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,25 \quad [38]$$

$$N = 0,0692 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,7073 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,50 \quad [39]$$

$$N = 0,0566 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,576 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,75 \quad [40]$$

$$N = 0,0474 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,4968 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 1 \quad [41]$$

Para  $\frac{c}{D} = 5$

$$N = -0,0329 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right)^2 + 0,1385 \cdot \left(\frac{\gamma D}{c_{u,0}}\right) + 5,0439 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0 \quad [42]$$

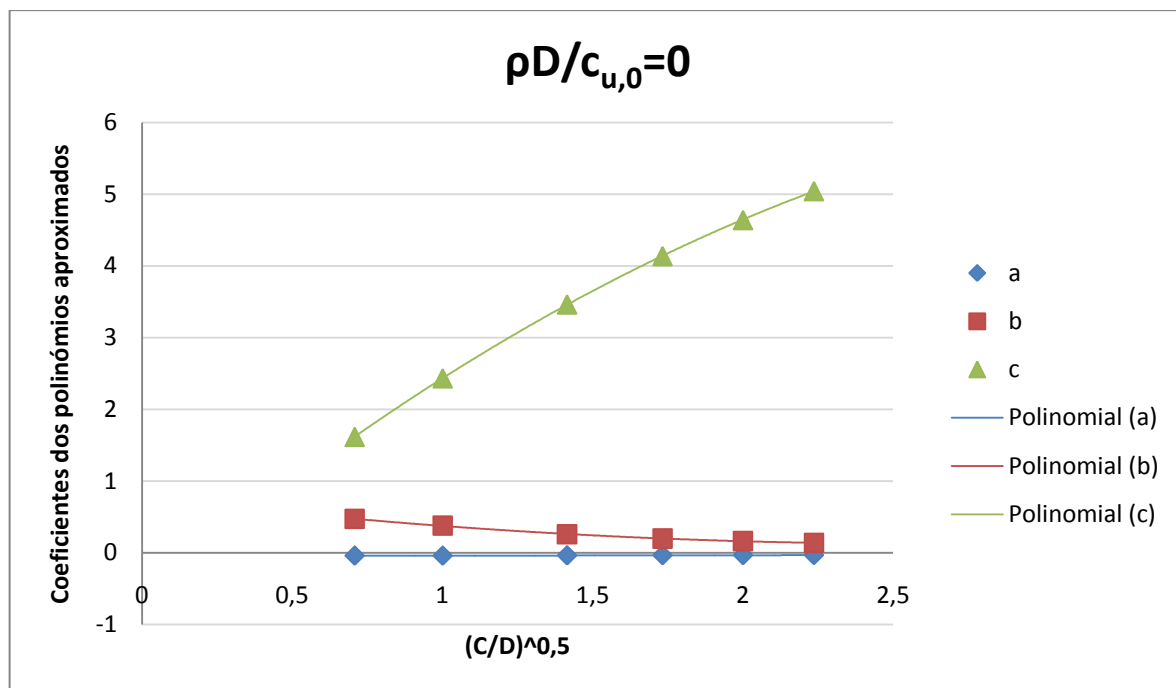
$$N = 0,0688 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 4,2869 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,25 \quad [43]$$

$$N = 0,0561 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 4,0338 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,50 \quad [44]$$

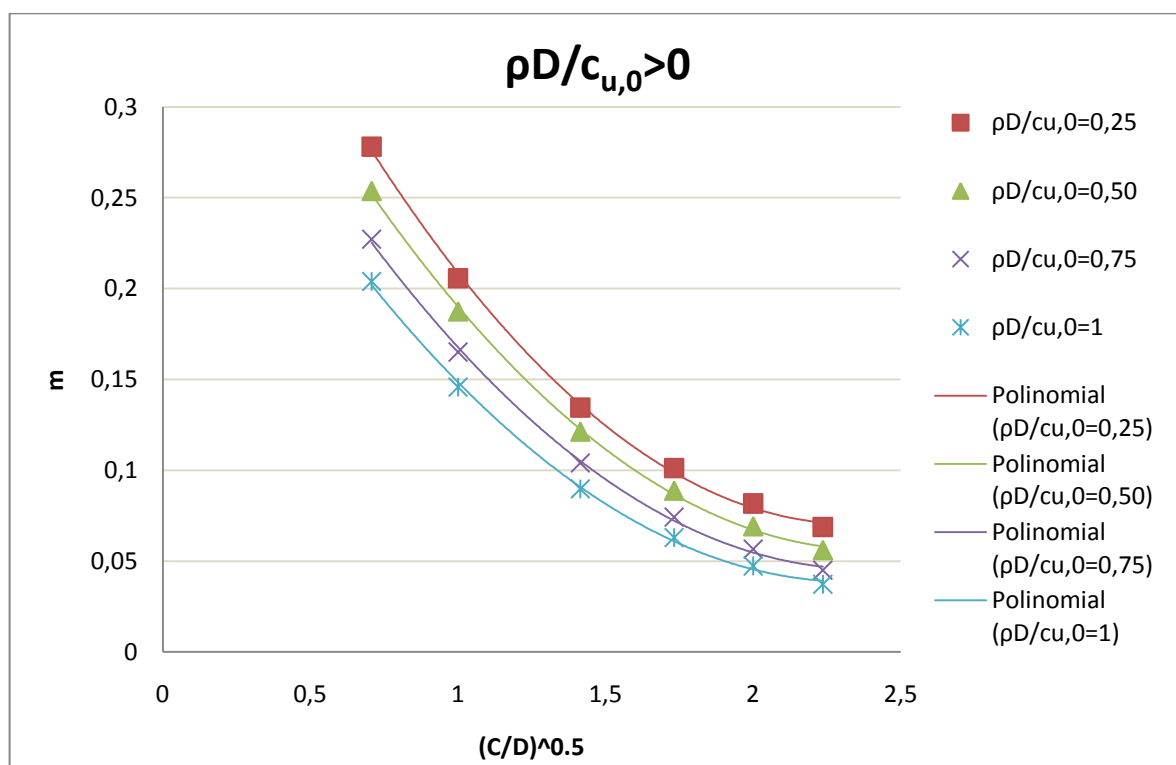
$$N = 0,045 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,9126 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,75 \quad [45]$$

$$N = 0,0372 \cdot \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + 3,8412 \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 1 \quad [46]$$

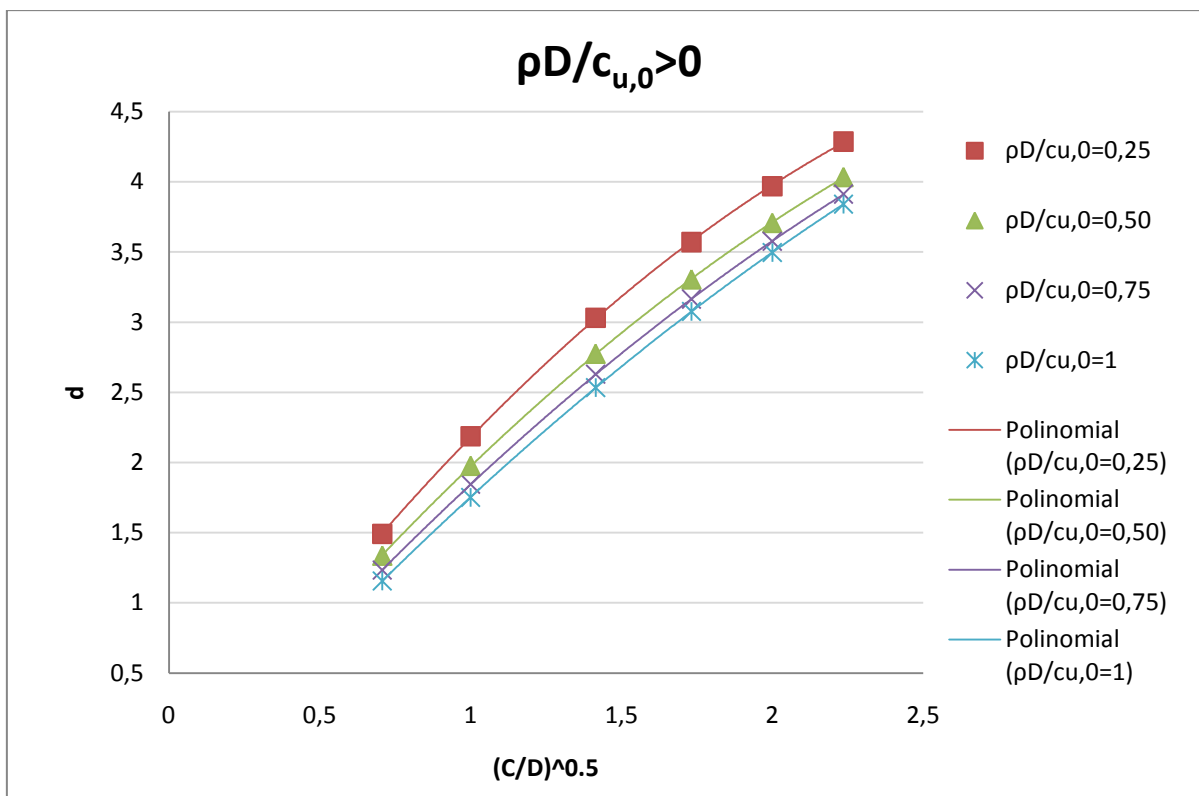
Sendo as equações, para  $\rho D/c_{u,0}=0$ , do tipo  $y=ax^2+bx+c$  e, para  $\rho D/c_{u,0}>0$ , do tipo  $y=mx+d$ , com o auxílio de uma folha de cálculo utilizou-se um gráfico para analisar o desenvolvimento dos factores a, b e c, para o caso em que  $\rho D/c_{u,0}=0$  (Figura 115) e outros dois para analisar o desenvolvimento dos factores m e d para o caso em que  $\rho D/c_{u,0}>0$  (Figura 116 e Figura 117), tendo-se encontrado uma boa evolução desses parâmetros com o factor  $\sqrt{\frac{c}{D}}$ .



**Figura 115** – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores a, b e c em função de C/D ( $\rho D/c_{u,0}=0$ ).



**Figura 116** – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores m em função de C/D ( $\rho D/c_{u,0}>0$ ).



**Figura 117** – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores  $d$  em função de  $C/D$  ( $\rho D/c_{u,0} > 0$ ).

As linhas de tendência que melhor se aproximam dos desenvolvimentos dos factores analisados são polinomiais do segundo grau. Por forma a estas serem mais perceptíveis e inidentificáveis, são mostradas de seguida para os dois casos em estudo  $\rho D/c_{u,0}=0$  e  $\rho D/c_{u,0} > 0$ .

$$\begin{cases} a = 0,0002 \frac{C}{D} - 0,0053 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,0455 \\ b = 0,097 \frac{C}{D} - 0,5042 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,782 \\ c = -0,4433 \frac{C}{D} + 3,5419 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,664 \end{cases} \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0 \quad [47]$$

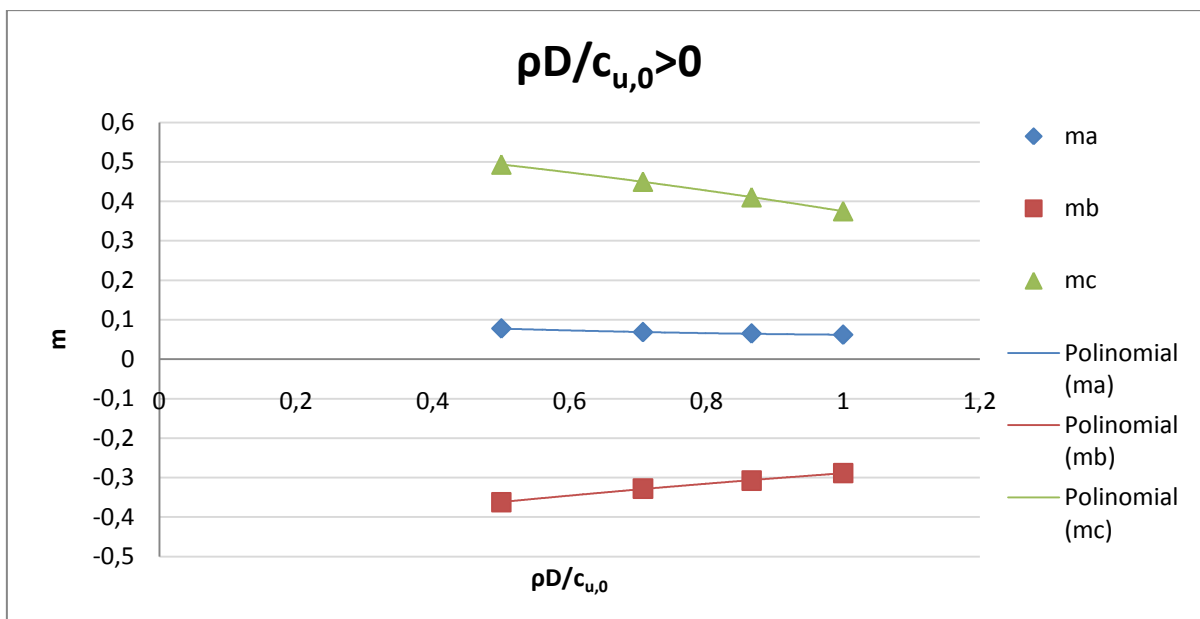
$$\begin{cases} m = 0,0776 \frac{C}{D} - 0,3622 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,4933 \\ d = -0,4156 \frac{C}{D} + 3,044 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,4485 \end{cases} \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,25 \quad [48]$$

$$\begin{cases} m = 0,0684 \frac{C}{D} - 0,328 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,4498 \\ d = -0,3227 \frac{C}{D} + 2,7079 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,4125 \end{cases} \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,50 \quad [49]$$

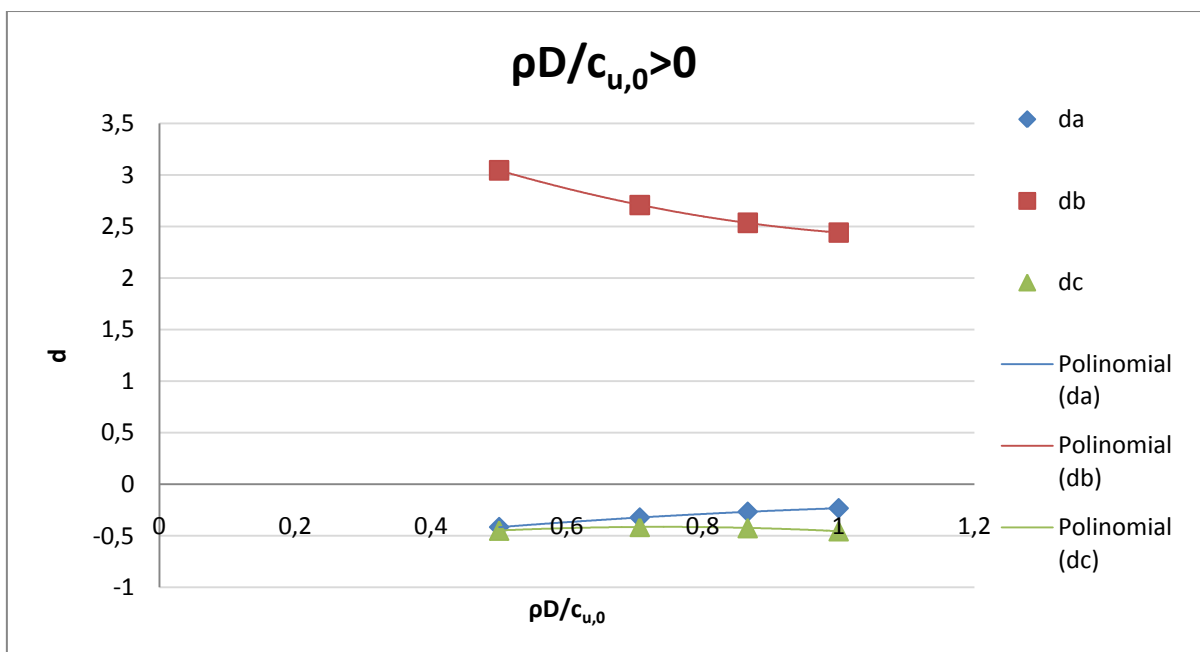
$$\begin{cases} m = 0,0649 \frac{C}{D} - 0,3076 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,4104 \\ d = -0,2665 \frac{C}{D} + 2,5346 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,4246 \end{cases} \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0,75 \quad [50]$$

$$\begin{cases} m = 0,0618 \frac{C}{D} - 0,2884 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,3751 \\ d = -0,2323 \frac{C}{D} + 2,4404 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,4542 \end{cases} \quad \text{Para } \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 1 \quad [51]$$

Sendo estas equações do tipo  $y=ax^2+bx+c$  elaboraram-se gráficos (Figura 118 e Figura 119) por forma a analisar o desenvolvimento dos parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  em função de  $\rho D/c_{u,0}$ . Uma vez que, para  $\rho D/c_{u,0}=0$ , a formula proposta já não depende deste parâmetro, pois toma o valor de zero, apenas foi feito o desenvolvimento dos parâmetros para  $\rho D/c_{u,0}>0$ .



**Figura 118** – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores m em função de  $\rho D/c_{u,0}$ .



**Figura 119** – Linhas de tendência do desenvolvimento dos factores d em função de  $\rho D/c_{u,0}$ .

As equações das linhas de tendência que definem o desenvolvimento de  $m$  são:

$$\begin{cases} m_a = 0,0369 \frac{\rho D}{c_{u,0}} - 0,0863 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,1114 \\ m_b = -0,0438 \frac{\rho D}{c_{u,0}} + 0,2118 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,4569 \\ m_c = -0,0847 \frac{\rho D}{c_{u,0}} - 0,1099 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,5695 \end{cases} \quad [52]$$

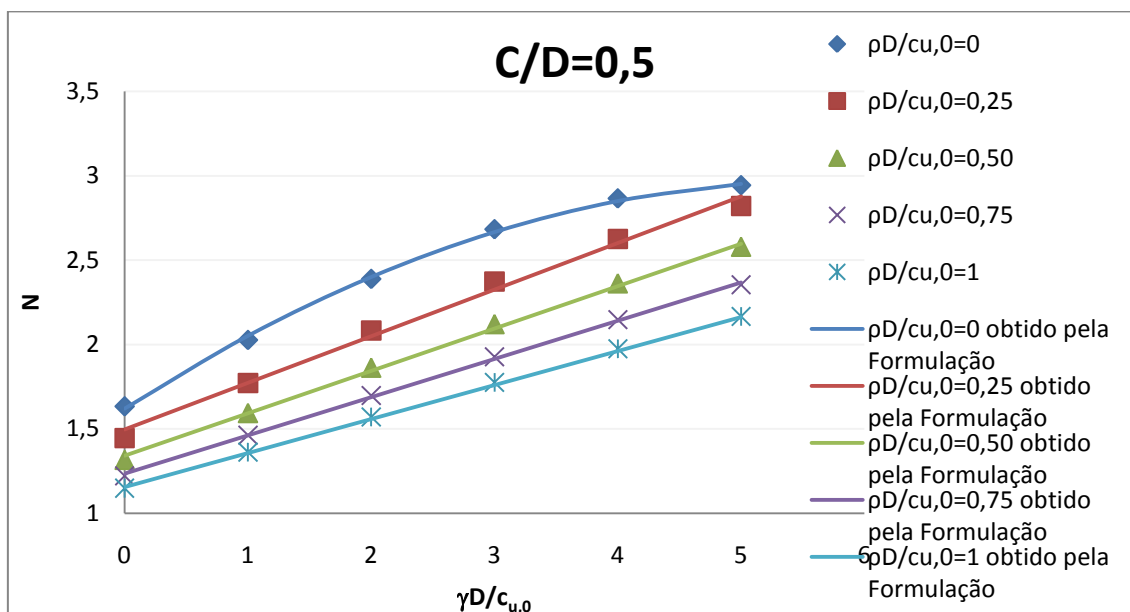
As equações das linhas de tendência que definem o desenvolvimento de  $d$  são:

$$\begin{cases} d_a = -0,2879 \frac{\rho D}{c_{u,0}} + 0,7993 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,7434 \\ d_b = 1,4051 \frac{\rho D}{c_{u,0}} - 3,3135 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} + 4,3493 \\ d_c = -0,6124 \frac{\rho D}{c_{u,0}} + 0,9053 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,7477 \end{cases} \quad [53]$$

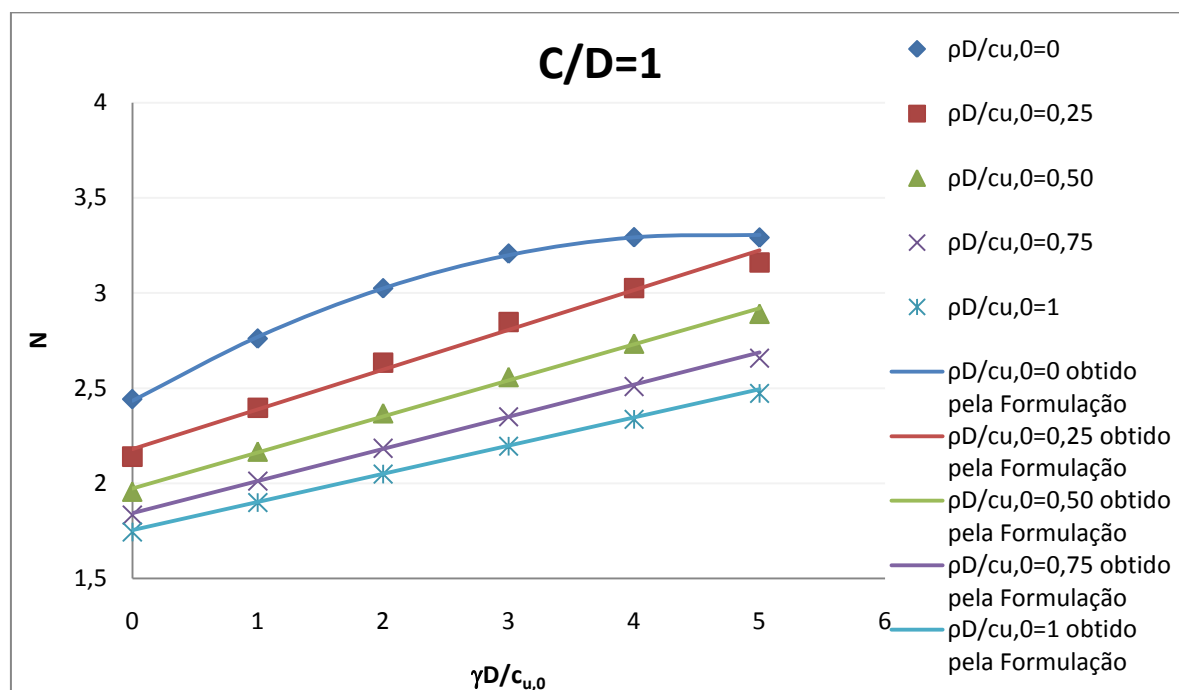
Pode então escrever-se uma equação que fornece valores de  $N$  em função dos parâmetros adimensionais mencionados na definição do problema,  $N$  ( $\gamma D/c_{u,0}$ ,  $C/D$ ,  $\rho D/c_{u,0}$ ), de tal forma que:

$$N = \begin{cases} \left[ 0,0002 \frac{C}{D} - 0,0053 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,0455 \left( \frac{\gamma D}{c_{u,0}} \right)^2 + \left[ 0,097 \frac{C}{D} - 0,5042 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,782 \right] \left( \frac{\gamma D}{c_{u,0}} \right) - \right. \\ \left. -0,4433 \frac{C}{D} + 3,5419 \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,664, \right. & \frac{\rho D}{c_{u,0}} = 0 \\ \left[ \left( 0,0369 \frac{\rho D}{c_{u,0}} - 0,0863 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,1114 \right) \frac{C}{D} + \left( -0,0438 \frac{\rho D}{c_{u,0}} + 0,2118 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,4569 \right) \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - \right. \\ \left. -0,0847 \frac{\rho D}{c_{u,0}} - 0,1099 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} + 0,5695 \right] \frac{\gamma D}{c_{u,0}} + \left( -0,2879 \frac{\rho D}{c_{u,0}} + 0,7993 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,7434 \right) \frac{C}{D} + \\ \left. + \left( 1,4051 \frac{\rho D}{c_{u,0}} - 3,3135 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} + 4,3493 \right) \left( \frac{C}{D} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,6124 \frac{\rho D}{c_{u,0}} + 0,9053 \left( \frac{\rho D}{c_{u,0}} \right)^{\frac{1}{2}} - 0,7477 \right. & \frac{\rho D}{c_{u,0}} > 0 \end{cases} \quad [54]$$

Através das Figura 120 a Figura 125 é possível comparar os resultados obtidos através da fórmula e os obtidos inicialmente.

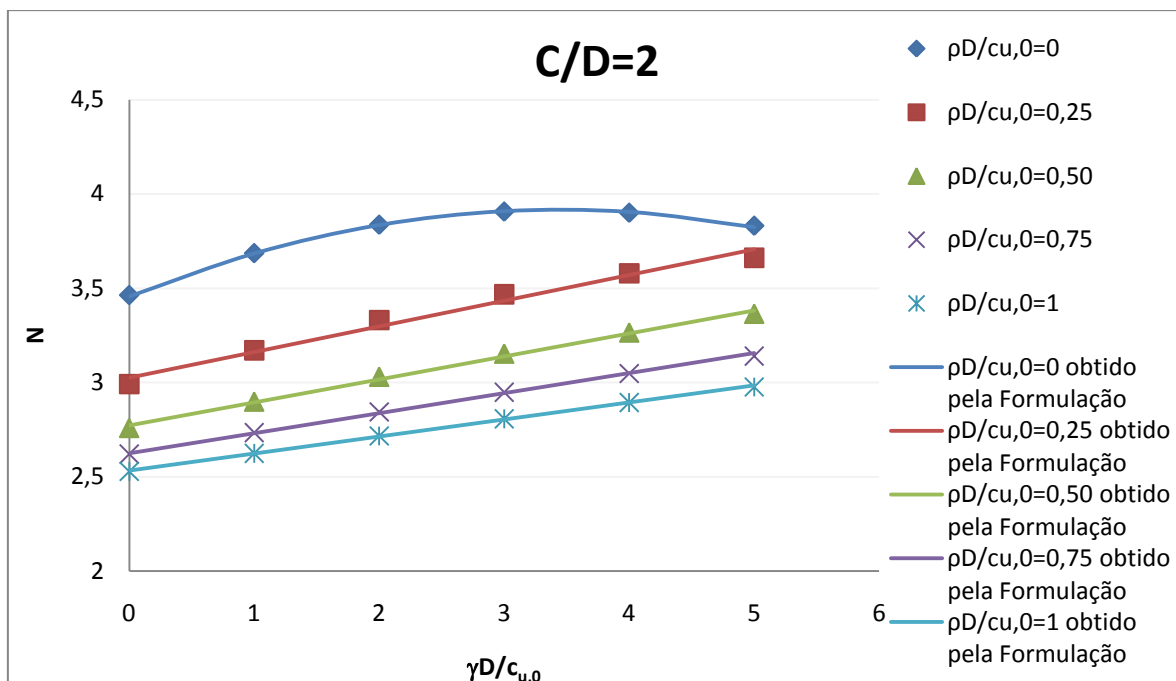


**Figura 120** – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=0,5$ ).

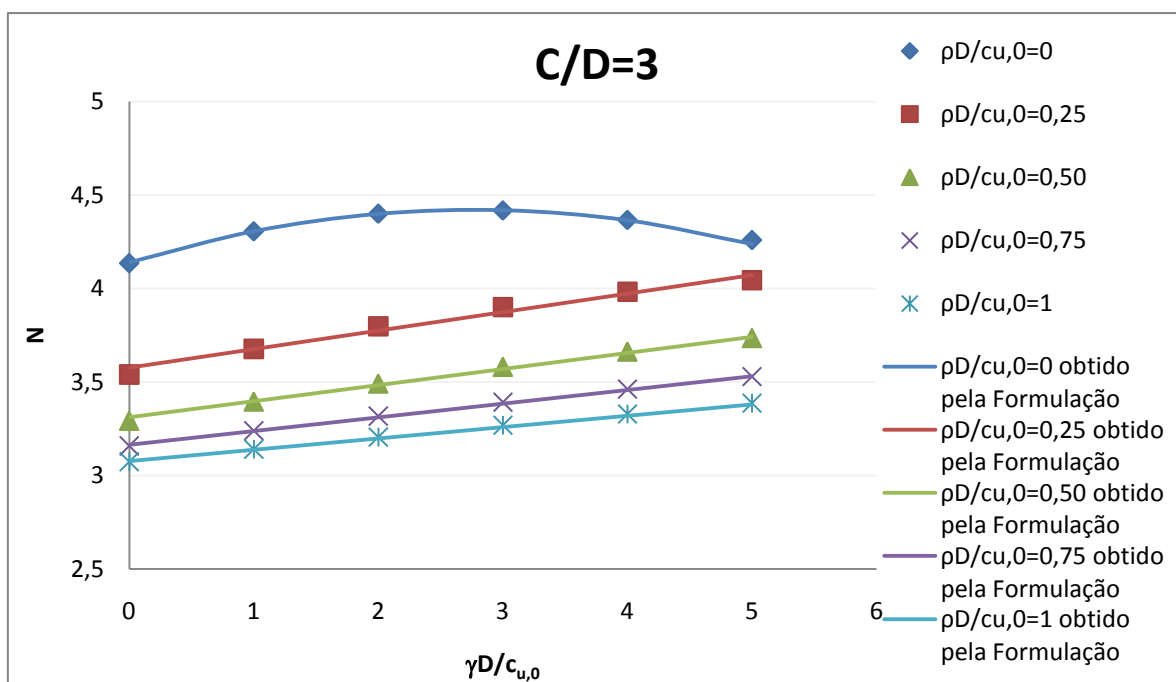


**Figura 121** – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=1$ ).

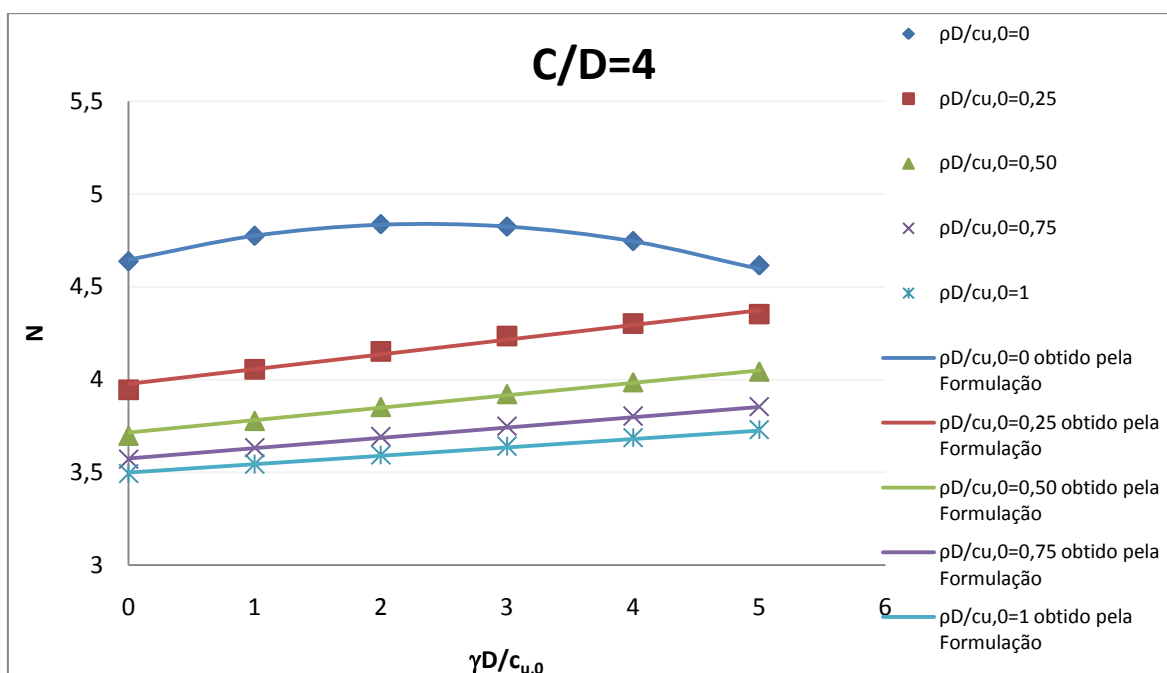




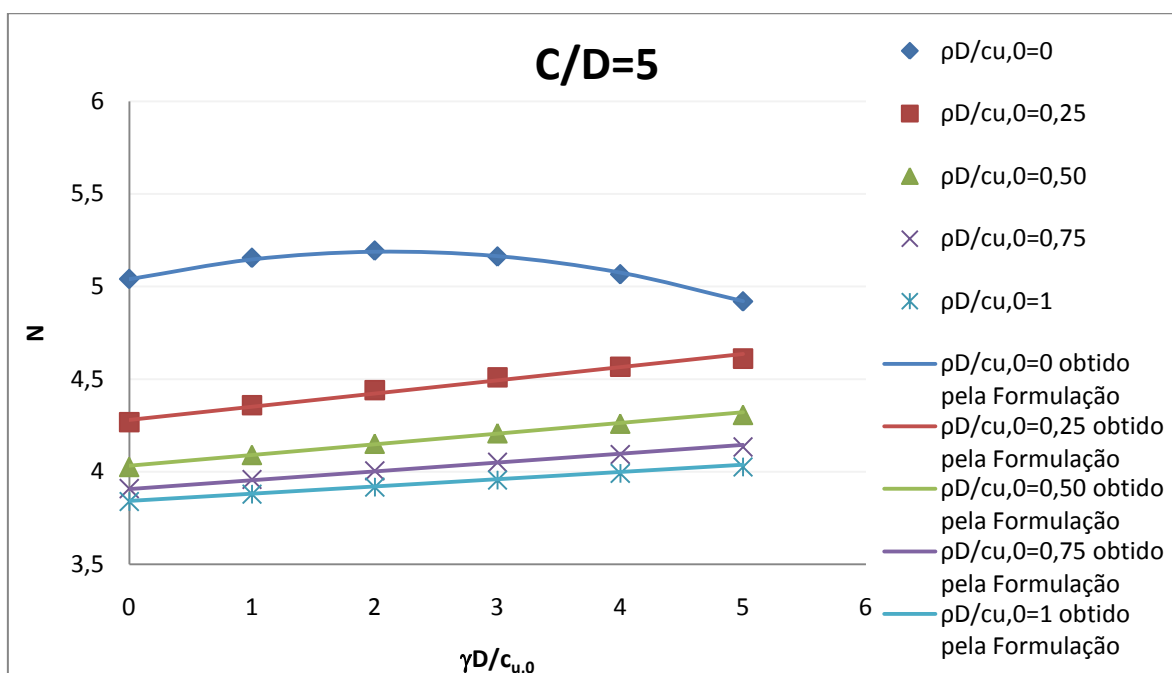
**Figura 122** – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula (C/D=2).



**Figura 123** – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula (C/D=3).



**Figura 124** – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=4$ ).



**Figura 125** – Comparação entre as soluções obtidas inicialmente e pela fórmula ( $C/D=5$ ).

Com o intuito de facilitar a leitura e comparação dos gráficos mostrados acima, foi mantida a escala para os valores das ordenadas, sendo o intervalo de valores de 2,5.

Pode observar-se que os valores de  $N$ , obtidos pela formulação proposta, se aproximam satisfatoriamente dos valores de  $N$  obtidos analiticamente, com recurso a um programa automático. Há que realçar que o maior erro nesta aproximação é de 3,43%.

## 10. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Este trabalho dedicou-se ao estudo de cargas de colapso de túneis circulares construídos em solos em condições não drenadas. Para modelar a resistência do solo considerou-se o critério de Tresca, com crescimento linear com a profundidade. Foram analisadas duas situações geométricas distintas, uma que considerava a execução de um túnel circular e outra que considerava a execução de dois túneis em paralelo. Em ambas as situações fez-se variar a altura de recobrimento dos túneis segundo o parâmetro  $C/D$ , o peso volúmico do solo segundo o parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$  e a taxa de variação da resistência não drenada do solo segundo o parâmetro  $\rho D/c_{u,0}$ . Na situação de túnel duplo introduziu-se outra variável que consiste no afastamento entre eixos dos túneis segundo o parâmetro  $L/D$ . As cargas de colapso foram calculadas com recurso ao teorema cinemático da análise limite associado ao método dos elementos finitos e sendo as soluções obtidas apresentadas na forma  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  em que  $\sigma_s$  representa o carregamento à superfície e  $\sigma_t$  o carregamento no interior do túnel.

Em ambas as situações pode-se concluir que, em geral, o valor do parâmetro  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  diminui proporcionalmente com o aumento do parâmetro  $\gamma D/c_{u,0}$ , excepto para os casos em que  $C/D < 2$  e  $\rho D/c_{u,0} = 0$  e aumenta proporcionalmente com o aumento de  $\rho D/c_{u,0}$ , excepto nos casos em que  $C/D < 3$ ,  $\gamma D/c_{u,0} = 4$  e  $5$  e  $\rho D/c_{u,0} < 0,50$ .

Pode-se concluir também que, para ambas as situações, existe um valor de  $\gamma D/c_{u,0}$  para o qual o valor de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  é próximo de zero independentemente da altura de recobrimento dos túneis, indicando que, para valores de  $\gamma D/c_{u,0}$  inferior ao referido, os túneis não necessitam de revestimento.

Para a situação de túnel duplo, pôde-se concluir que os valores de  $(\sigma_s - \sigma_t)/c_{u,0}$  eram directamente proporcionais ao aumento do afastamento entre eixos de túneis  $L/D$ , excepto nos casos em que  $C/D$  ou  $L/D$  são baixos e que a perda de interacção entre túneis ocorria aproximadamente para valores de  $L/D = 2C/D$ , excepto nos casos em que  $C/D < 2$  ou  $\rho D/c_{u,0} = 0$ .

Para a gama de valores utilizados, pode-se concluir também que, para a situação de túnel único, o caso mais desfavorável ocorre quando se tem simultaneamente  $C/D = 5$ ,  $\gamma D/c_{u,0} = 5$  e  $\rho D/c_{u,0} = 0$  e o mínimo carregamento  $\sigma_t$  a colocar no interior do túnel para que nesta situação o túnel não colapse é de:

$$\sigma_t > 4,516\gamma D + \sigma_s \quad [55]$$

Para a situação de túnel duplo o caso mais desfavorável ocorre quando  $C/D=5 \cap \gamma D/c_{u,0}=5$ ,  $\rho D/c_{u,0}=0 \cap L/D=4$  e o mínimo carregamento  $\sigma_t$  a colocar no interior do túnel para que nesta situação os túneis não colapsassem é de:

$$\sigma_t > 4,71\gamma D + \sigma_s \quad [56]$$

Da comparação entre os resultados obtidos, através do teorema cinemático, neste trabalho e no de outros autores, pode-se concluir que se obteve para ambas as situações uma melhoria nas soluções da região superior bastante satisfatória, em média de 43%, para a situação de túnel único.

Da comparação entre os resultados obtidos neste trabalho com os resultados experimentais obtidos por outros autores, pode-se concluir que os resultados obtidos neste trabalho se aproximam significativamente de resultados experimentais existentes, validando a qualidade dos resultados obtidos.

Foi ainda possível propor uma aproximação empírica dos resultados obtidos, para o caso de túnel único, consubstanciada na proposta de uma fórmula para o valor do parâmetro de estabilidade N.

Para um estudo posterior relacionado com cargas de colapso de túneis, poderia ser interessante elaborar, tanto para a situação de túnel único como para a situação de túnel duplo, uma análise tridimensional ou considerar uma geometria diferente para a secção dos túneis.

Para a situação em que se considera a construção de dois túneis, poderia ser interessante analisar o comportamento destes numa diferente disposição, ou seja, analisar o comportamento dos túneis caso fossem construídos um sobre o outro e não lado a lado.

## Referências

- Antão, A. N., Guerra, N. M. C., Cardoso, A. S., Fernandes, M. M., (2008). Influence of tension cut-off on the stability of anchored concrete soldier-pile walls in clay, *Canadian Geotechnical Journal*, 45, nº 7, pp. 1036-1044.
- Broms, B. B., Bennermark, H., (1967). Stability of clay in vertical openings. *Journal of soil mechanics and foundations division America society of civil engineering* 193 (1), pp. 71-94.
- Davis, E. H., Gunn, M. J., Mair, R. J. e Seneviratne, H.N., (1980). The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material. *Géotechnique* 30, No. 4, pp. 397-416.
- Drucker, D. C. (1953) Limit analysis of two and three dimensional soil mechanics problems, *Journal Mech. Phys. Solids*, vol 1, nº 4.
- Mair, R. J., (1979) Centrifugal modelling of tunnel constructions in soft clay. PhD thesis, Cambridge University.
- Nagtegaal, J.C., Parks, D.M. and Rice, J.R. (1974). On numerically accurate finite element solutions in the fully plastic range. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 4, pp. 153-177.
- Osman, A. S., Mair, R. J. e Bolton, M. D., (2006). On the kinematics of 2D tunnel collapse in undrained clay. *Géotechnique* 56, No. 9, pp. 585-595.
- Osman, A. S., (2010). Stability of unlined twin tunnels in undrained clay. *Tunnelling and underground space technology* 25, pp. 290-296.
- Peck, R. B., (1969). Deep excavations and tunnelling in soft ground. In: *Proceedings of 7th international conference on soil mechanics*, Mexico, vol. 3, pp. 225-290.
- Sloan, S. W., Assadi A., (1993). Stability of shallow tunnels in soft ground. *Predictive soil mechanics*. Thomas Telford, London, pp. 644-662.
- Vicente da Silva, M. (2009). Implementação numérica tridimensional do teorema cinemático da análise limite. Tese de Doutoramento, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa.
- Vicente da Silva, M. e Antão, A. N., (2007). A non-linear programming method approach for upper bound limit analysis. *International journal for numerical methods in engineering*, 72, pp. 1192-1218.
- Wu, B. R., Lee, C. J., (2003). Ground movements and collapse mechanisms induced by tunneling in clayey soil. *IJPMG-International journal of physical modelling in geotechnics* 4, pp. 15-29.



## ANEXO I

### RESTANTES SOLUÇÕES REFERENTES À SITUAÇÃO DE TÚNEL DUPLO OBTIDAS NO PRESENTE ESTUDO

**Tabela 16** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo ( $L/D=3$ ).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=3	0,5	0	1,63	1,03	0,37	-0,54	-1,52	-2,56
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,82	-1,74
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,28	0,96	-0,41	-1,83	-3,31	-4,83
		0,25	2,94	1,70	0,40	-0,94	-2,31	-3,74
		0,5	3,42	2,29	1,12	-0,18	-1,50	-2,85
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,76	-2,07
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,35
	2	0	2,72	0,39	-1,98	-4,41	-6,87	-9,39
		0,25	4,05	1,77	-0,54	-2,87	-5,24	-7,63
		0,5	5,35	3,10	0,82	-1,48	-3,80	-6,14
		0,75	6,65	4,40	2,15	-0,13	-2,42	-4,73
		1	7,94	5,70	3,45	1,19	-1,08	-3,37
	3	0	3,12	-0,22	-3,60	-7,04	-10,53	-14,07
		0,25	5,21	1,92	-1,39	-4,72	-8,08	-11,47
		0,5	7,27	4,00	0,72	-2,58	-5,90	-9,24
		0,75	9,32	6,07	2,80	-0,49	-3,78	-7,09
		1	11,38	8,12	4,86	1,59	-1,69	-4,99
	4	0	3,49	-0,85	-5,25	-9,71	-14,22	-18,78
		0,25	6,45	2,16	-2,16	-6,49	-10,85	-15,24
		0,5	9,37	5,09	0,80	-3,50	-7,82	-12,15
		0,75	12,28	8,01	3,73	-0,55	-4,85	-9,17
		1	15,19	10,93	6,65	2,37	-1,92	-6,21
	5	0	3,83	-1,52	-6,93	-12,40	-17,93	-23,50
		0,25	7,76	2,46	-2,85	-8,19	-13,55	-18,93
		0,5	11,63	6,35	1,06	-4,25	-9,57	-14,90
		0,75	15,50	10,22	4,94	-0,35	-5,66	-10,97
		1	19,36	14,09	8,81	3,52	-1,77	-7,07

**Tabela 17** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=4).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=4	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,24	-2,32
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	-0,10	-1,56	-3,10	-4,69
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,89	-3,33
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,02	0,66	-1,77	-4,24	-6,77	-9,35
		0,25	4,58	2,28	-0,05	-2,42	-4,82	-7,25
		0,5	6,08	3,81	1,52	-0,79	-3,13	-5,50
		0,75	7,54	5,30	3,04	0,76	-1,54	-3,87
		1	8,85	6,69	4,51	2,27	-0,01	-2,31
	3	0	3,34	-0,03	-3,46	-6,94	-10,48	-14,05
		0,25	5,72	2,41	-0,92	-4,29	-7,68	-11,11
		0,5	8,05	4,77	1,47	-1,85	-5,19	-8,56
		0,75	10,36	7,10	3,82	0,52	-2,79	-6,12
		1	12,67	9,41	6,14	2,86	-0,43	-3,74
	4	0	3,64	-0,73	-5,17	-9,66	-14,21	-18,80
		0,25	6,92	2,61	-1,73	-6,09	-10,49	-14,91
		0,5	10,15	5,86	1,56	-2,77	-7,11	-11,47
		0,75	13,38	9,10	4,81	0,50	-3,82	-8,15
		1	16,60	12,33	8,04	3,75	-0,56	-4,87
	5	0	3,93	-1,45	-6,90	-12,40	-17,96	-23,55
		0,25	8,19	2,87	-2,47	-7,83	-13,22	-18,64
		0,5	12,40	7,10	1,79	-3,54	-8,88	-14,24
		0,75	16,61	11,32	6,02	0,70	-4,62	-9,95
		1	20,81	15,52	10,23	4,93	-0,38	-5,70



**Tabela 18** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=5).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=5	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,09
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,32	-2,87	-4,48
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,30	0,91	-1,55	-4,06	-6,63	-9,24
		0,25	4,86	2,65	0,38	-2,00	-4,42	-6,88
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	3,57	0,17	-3,29	-6,80	-10,37	-13,97
		0,25	6,17	2,86	-0,48	-3,86	-7,28	-10,73
		0,5	8,71	5,43	2,13	-1,20	-4,55	-7,92
		0,75	11,22	7,95	4,68	1,38	-1,93	-5,26
		1	13,71	10,46	7,20	3,92	0,63	-2,68
	4	0	3,82	-0,58	-5,04	-9,57	-14,14	-18,75
		0,25	7,37	3,06	-1,29	-5,67	-10,08	-14,52
		0,5	10,87	6,58	2,27	-2,06	-6,42	-10,79
		0,75	14,36	10,08	5,78	1,47	-2,85	-7,19
		1	17,83	13,56	9,28	4,98	0,67	-3,65
	5	0	4,06	-1,34	-6,81	-12,34	-17,92	-23,53
		0,25	8,63	3,31	-2,05	-7,42	-12,83	-18,27
		0,5	13,15	7,85	2,53	-2,81	-8,17	-13,54
		0,75	17,66	12,36	7,06	1,74	-3,59	-8,94
		1	22,16	16,87	11,57	6,27	0,95	-4,38

**Tabela 19** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=6).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=6	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,28
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,14	-1,34	-3,87	-6,45	-9,09
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	3,78	0,36	-3,12	-6,65	-10,24	-13,88
		0,25	6,58	3,26	-0,09	-3,47	-6,89	-10,35
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,98	-7,35
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	3,99	-0,42	-4,90	-9,45	-14,04	-18,67
		0,25	7,79	3,47	-0,89	-5,27	-9,69	-14,14
		0,5	11,50	7,21	2,90	-1,43	-5,79	-10,16
		0,75	15,19	10,91	6,62	2,31	-2,01	-6,34
		1	18,86	14,59	10,31	6,02	1,72	-2,59
	5	0	4,20	-1,22	-6,70	-12,25	-17,84	-23,48
		0,25	9,05	3,72	-1,63	-7,02	-12,44	-17,88
		0,5	13,83	8,53	3,21	-2,13	-7,49	-12,87
		0,75	18,60	13,30	8,00	2,68	-2,65	-8,00
		1	23,36	18,07	12,77	7,46	2,15	-3,18

**Tabela 20** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=7).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=7	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,69	-6,29	-8,93
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	3,97	0,55	-2,95	-6,50	-10,11	-13,76
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,55	-10,01
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,16	-0,27	-4,76	-9,32	-13,93	-18,57
		0,25	8,16	3,84	-0,52	-4,90	-9,32	-13,78
		0,5	12,02	7,75	3,44	-0,89	-5,24	-9,61
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	4,35	-1,08	-6,58	-12,14	-17,75	-23,40
		0,25	9,44	4,11	-1,25	-6,64	-12,06	-17,51
		0,5	14,44	9,13	3,81	-1,53	-6,88	-12,26
		0,75	19,41	14,12	8,82	3,50	-1,83	-7,17
		1	24,38	19,09	13,80	8,50	3,18	-2,14

**Tabela 21** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=8).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=8	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,14	-8,79
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,72	-2,79	-6,35	-9,97	-13,63
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,32	-0,12	-4,62	-9,19	-13,81	-18,47
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,57	-8,99	-13,44
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	4,49	-0,95	-6,46	-12,03	-17,65	-23,32
		0,25	9,79	4,46	-0,90	-6,29	-11,70	-17,15
		0,5	14,96	9,66	4,34	-0,99	-6,34	-11,72
		0,75	20,03	14,79	9,51	4,20	-1,12	-6,46
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34

**Tabela 22** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=9).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=9	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,81	-2,64	-6,21	-9,84	-13,51
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,48	0,03	-4,49	-9,06	-13,69	-18,36
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	4,62	-0,82	-6,34	-11,92	-17,55	-23,22
		0,25	10,10	4,78	-0,58	-5,97	-11,38	-16,83
		0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
		0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34

**Tabela 23** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo ( $L/D=10$ ).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=10	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,81	-2,60	-6,08	-9,71	-13,39
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,62	0,16	-4,36	-8,94	-13,58	-18,26
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	4,75	-0,70	-6,22	-11,81	-17,45	-23,13
		0,25	10,13	4,85	-0,45	-5,79	-11,16	-16,55
		0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
		0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34

**Tabela 24** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo ( $L/D=11$ ).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=11	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,81	-2,60	-6,08	-9,63	-13,27
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,64	0,27	-4,23	-8,82	-13,47	-18,15
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	4,88	-0,58	-6,11	-11,70	-17,35	-23,03
		0,25	10,13	4,85	-0,45	-5,79	-11,16	-16,55
		0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
		0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34

**Tabela 25** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo ( $L/D=12$ ).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=12	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,81	-2,60	-6,08	-9,63	-13,24
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,64	0,27	-4,16	-8,71	-13,36	-18,05
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	4,99	-0,47	-6,00	-11,60	-17,25	-22,94
		0,25	10,13	4,85	-0,45	-5,79	-11,16	-16,55
		0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
		0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34



**Tabela 26** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo ( $L/D=13$ ).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=13	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,81	-2,60	-6,08	-9,63	-13,24
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,64	0,27	-4,16	-8,68	-13,25	-17,95
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	5,04	-0,36	-5,90	-11,49	-17,15	-22,84
		0,25	10,13	4,85	-0,45	-5,79	-11,16	-16,55
		0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
		0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34

**Tabela 27** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=14).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=14	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,81	-2,60	-6,08	-9,63	-13,24
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,64	0,27	-4,16	-8,68	-13,25	-17,88
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	5,04	-0,35	-5,81	-11,40	-17,05	-22,75
		0,25	10,13	4,85	-0,45	-5,79	-11,16	-16,55
		0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
		0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34

**Tabela 28** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=15).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=15	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,81	-2,60	-6,08	-9,63	-13,24
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,64	0,27	-4,16	-8,68	-13,25	-17,88
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	5,04	-0,35	-5,81	-11,34	-16,96	-22,67
		0,25	10,13	4,85	-0,45	-5,79	-11,16	-16,55
		0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
		0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34

**Tabela 29** – Resultados obtidos com o **Sublim3d** para a situação de túnel duplo (L/D=16).

	$\frac{C}{D}$	$\frac{\rho D}{c_{u,0}}$	$\frac{(\sigma_s - \sigma_t)}{c_{u,0}}$					
			$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 0$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 1$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 2$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 3$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 4$	$\frac{\gamma D}{c_{u,0}} = 5$
L/D=16	0,5	0	1,63	1,03	0,39	-0,32	-1,13	-2,06
		0,25	1,81	1,21	0,60	-0,03	-0,72	-1,47
		0,5	1,97	1,39	0,79	0,18	-0,46	-1,13
		0,75	2,14	1,56	0,97	0,37	-0,24	-0,88
		1	2,30	1,72	1,14	0,55	-0,05	-0,67
	1	0	2,44	1,26	0,02	-1,29	-2,71	-4,21
		0,25	2,94	1,79	0,62	-0,58	-1,84	-3,16
		0,5	3,42	2,29	1,14	-0,02	-1,22	-2,44
		0,75	3,90	2,77	1,64	0,49	-0,67	-1,85
		1	4,36	3,25	2,12	0,99	-0,16	-1,32
	2	0	3,46	1,19	-1,16	-3,59	-6,10	-8,67
		0,25	4,86	2,65	0,41	-1,86	-4,18	-6,55
		0,5	6,21	4,02	1,82	-0,40	-2,65	-4,93
		0,75	7,54	5,36	3,18	0,98	-1,24	-3,47
		1	8,85	6,69	4,51	2,33	0,13	-2,08
	3	0	4,14	0,81	-2,60	-6,08	-9,63	-13,24
		0,25	6,64	3,39	0,12	-3,19	-6,53	-9,92
		0,5	9,06	5,84	2,60	-0,65	-3,93	-7,23
		0,75	11,45	8,24	5,03	1,80	-1,45	-4,71
		1	13,83	10,63	7,42	4,21	0,98	-2,26
	4	0	4,64	0,27	-4,16	-8,68	-13,25	-17,88
		0,25	8,38	4,12	-0,18	-4,50	-8,86	-13,25
		0,5	12,02	7,78	3,52	-0,75	-5,04	-9,36
		0,75	15,62	11,40	7,16	2,91	-1,36	-5,64
		1	19,22	15,00	10,77	6,53	2,28	-1,98
	5	0	5,04	-0,35	-5,81	-11,34	-16,93	-22,58
		0,25	10,13	4,85	-0,45	-5,79	-11,16	-16,55
		0,5	15,10	9,84	4,57	-0,72	-6,03	-11,35
		0,75	20,03	14,79	9,53	4,26	-1,02	-6,31
		1	24,95	19,71	14,46	9,21	3,94	-1,34